Г. Я. Мякишев, Б. А. Слободсков, Н. Н. Сотский

ФИЗИКА

ПРОБНЫЙ УЧЕБНИК
ДЛЯ 8 КЛАССА
СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

МЕХАНИКА

МОСКВА «ПРОСВЕЩЕНИЕ» 1975

53(075)
М 99

Рекомендовано к изданию Главным управлением школ Министерства просвещения СССР

В написании введения «Физика и познание мира» принимал участие *В. И. Григорьев.*

В написании шестой и седьмой глав принимала участие *Л. И. Кузина.*

М $\frac{60601-620}{103(03)-75}$ инф. письмо

Наука для всех. Много веков длится процесс познания окружающего мира. Добытые сведения передавались из поколения в поколение и вот теперь передаются вам. Огромный труд был затрачен учеными, и немалый труд предстоит каждому молодому человеку, для того чтобы усвоить основы современной науки. Но в наше время без этих знаний не обойтись никому. Знания нужны не только ученому и инженеру, но и рабочему, и трактористу в поле. Все в большей и большей мере люди на работе, да и дома, управляют машинами и механизмами. Чтобы понять, как они работают, чтобы смотреть на мир глазами современного человека, нужно знать законы природы.

Простые истины. Начиная с рождения, все мы в раннем детстве за два-три года усваиваем солидный «курс физики» — привыкаем к простым вещам и явлениям вокруг нас. Запоминается этот «курс» гораздо прочнее, чем все то, что мы узнаем впоследствии (правда, повторение «курса» идет непрерывно). Так, мы узнаем, что камень всегда падает вниз, на землю, что есть твердые предметы, о которые можно ушибиться, что огонь может обжечь и т. д. и т. п.

Однако, как ни важны подобные знания, накапливаемые ребенком и взрослым человеком, они еще не образуют науки. Это частные правила, касающиеся течения отдельных явлений. Они говорят нам о том, что произойдет в обычных условиях, но не отвечают на вопрос, почему те или иные события вообще происходят и не могут ли эти события не наступить совсем. Они также не позволяют предсказать, что произойдет при других условиях.

Зарождение науки. Потребность же в понимании явлений окружающего мира, в объяснении относительной устойчивости протекающих в нем событий очень велика. Это необходимо для уверенности в завтрашнем дне, для возможности предвидения того, что произойдет.

Людям необходимо понять устройство окружающего мира, чтобы использовать его предметы, его силы для облегчения труда, улучшения условий жизни.

Стремление увидеть в разрозненных событиях нечто общее, понять причины как обычных, так и редко встречающихся явлений привело к зарождению науки. У человека появилась потребность в познании природы, и человеческий мозг оказался более могучим орудием в борьбе за существование, чем клыки, бивни и когти.

Преобразование мира. Именно развитие наук о природе дало в руки человека современную технику, и это привело к преобразованию окружающего нас мира. Основную роль сыграла физика — важнейшая наука, изучающая самые глубокие законы природы.

Физика составляет фундамент главнейших направлений техники. Строительная техника, гидротехника, теплотехника, электротехника и энергетика, радиоэлектроника, светотехника, огромная часть военной техники выросли на основе физики. Благодаря сознательному использованию законов физики техника из области случайных находок вышла на широкую дорогу целенаправленного развития.

Открывая спрятанные под покровом бесконечно многообразного мира явлений законы природы, человек научился применять их для своих целей, создавать то, чего никогда не было в самой природе. Было изобретено радио, построены громадные электрические машины, освобождена внутриядерная энергия; человек вышел в космическое пространство.

Однако не только прикладное значение науки, но и радость познания мира, красота физических законов привлекали и продолжают привлекать людей.

Физика и другие науки. Физика — это наука, занимающаяся изучением простейших и вместе с тем наиболее общих свойств окружающего нас материального мира. Поэтому понятия физики и ее законы лежат в основе любого раздела естествознания.

В настоящее время физика глубочайшими корнями вросла в астрономию, геологию, химию, биологию и другие естественные науки. Она многое объясняет в этих науках, предоставляет им мощные методы исследования.

Научный метод. Какими же путями добывается научная истина? Каким образом удается разглядеть черты единой картины мира в хаосе огромного числа событий? Как подойти к пониманию того общего, что есть между деревом и камнем, водой и паутинкой, протянувшейся над ручьем, полетом птицы и движением планет?

Ученые давно перестали верить в то, что можно объяснить явления, сидя за письменным столом или совершая прогулку и размышляя о том, как должна быть устроена вселенная. Несколько сотен лет назад были выработаны основы физического метода исследования. Он состоит в следующем. Опираясь на опыт, отыскивают количественные (математически формулируемые) законы природы. Открытые законы проверяются практикой.

Физические величины и их измерения. Исследование явлений начинается с их наблюдения. Но для того, чтобы понять и описать происходящие события, ученые вводят целый ряд физических величин, таких, как скорость, сила, давление, температура, электрический заряд и многие другие. Каждой величине надо дать точное определение, в котором указывается, как эту величину можно измерить, как провести необходимый для такого измерения опыт.

Чаще всего в определениях физических величин просто уточняют и придают количественную форму тому, что непосредственно воспринимается нашими органами чувств. Так вводят понятия силы, температуры и т. д. Есть, конечно, величины, которые не воспринимаются непосредственно нашими органами чувств (например, электрический заряд). Но они выражаются через другие величины, на которые органы чувств человека реагируют. Так, величина электрического заряда определяется по силам взаимодействия между заряженными телами.

Связи между физическими величинами. Чтобы из наблюдений над явлениями сделать общие выводы, найти причины явлений, надо установить количественные зависимости между различными величинами. Для этого необходимо специально изменять условия, в которых протекает процесс. От непосредственного наблюдения надо перейти к физическому эксперименту.

Если меняются все условия сразу, то трудно уловить какие-либо закономерности. Поэтому, проводя физический эксперимент, стремятся проследить зависимость данной величины от характера изменения каждого из условий по отдельности. Например, давление газа зависит от его количества (массы), объема и температуры. Чтобы исследовать эту зависимость, надо сначала изучить, как влияет на давление изменение объема, когда температура и масса остаются неизменными. Затем нужно проследить, как давление зависит от температуры при постоянном объеме и т. д.

Теория. Изучая количественные связи между отдельными величинами, можно выявить частные закономерности. На основе таких закономерностей развивают теорию явлений. Теория должна объяснять частные закономерности с общей точки зрения.

Теория — это не простое объединение нескольких опытных закономерностей. Она является результатом творческой работы, размышления и воображения. Данные опытов неизбежно разрозненны. Многие важные детали могут быть упущены. Создавая теорию, ученый должен воссоздавать цельную картину явлений.

Значение законов природы состоит в том, что они могут дать гораздо больше, чем заключено в опытных фактах, с помощью которых эти законы получены. Именно благодаря этому существует наука. Если бы это было не так, то вместо современной науки мы имели бы разрозненные сведения о наблюдаемых в природе процессах, но ничего нового не могли бы предсказать.

Теория позволяет не только объяснять уже наблюдавшиеся явления, но и предсказывать новые. Так, Д. И. Менделеев на основе открытого им периодического закона предсказал существование нескольких химических элементов, которые в то время не были известны. Английский физик Д. Максвелл предсказал существование электромагнитных волн и т. д.

Приближенный характер физических теорий. Любое явление, любой процесс, свойства любого конкретного тела бесконечно сложны. Поэтому, приступая к исследованию физического явления, мы должны выделить то главное, от чего это явление зависит существенным образом, и отбросить второстепенные обстоятельства, которые в рассматриваемом явлении не играют существенной роли.

Без такого упрощения исследование физических явлений было бы вообще немыслимо. Самые простые явления приводили бы к сложнейшим, неразрешимым задачам.

Например, падение куска мела принадлежит к числу простых явлений. Главный фактор здесь — притяжение к Земле. Но имеется еще целый ряд обстоятельств, влияющих на падение мела: сопротивление воздуха, вращение Земли, притяжение к окружающим телам, к планетам и т. д. Все эти влияния действительно имеются, но почти всеми ими можно (и даже нужно) пренебречь. Иначе задачу о падении мела вообще невозможно было бы решить.

В данном случае все обстоит сравнительно просто. Основное воздействие, определяющее падение тела, можно выделить сразу. Но так обстоит дело далеко не всегда. Попробуйте ответить на вопрос: что в основном определяет подъемную силу крыла птицы или самолета?

Объяснение любых физических процессов не бывает и не может быть совершенно точным и исчерпывающим, так как мы не можем учесть всех обстоятельств, обусловливающих его. Мир бесконечно сложен, все явления взаимосвязаны.

Познаваемость мира. Тем не менее в одном мы можем быть уверены: найденный человечеством путь познания природы является правильным.

На пути теоретических обобщений, опирающихся на показания самой природы, наука достигла поразительных результатов и, главное, создала уверенность в том, что мир познаваем.

Что такое механика? Первое, что бросается в глаза при наблюдении окружающего мира, — это его изменчивость. Мир не является застывшим, статичным. Изменения в мире весьма разнообразны. Но если спросить вас, какие изменения вы замечаете чаще всего, то ответ, пожалуй, будет однозначным: *меняется положение предметов* (или тел, как говорят физики) *относительно земли и относительно друг друга с течением времени*. Бежит ли собака или мчится автомобиль, несмотря на различие этих тел, с ними происходит один и тот же процесс: их положение относительно земли меняется с течением времени. Они перемещаются. То же самое происходит с листьями деревьев в ветреную погоду, с падающими каплями дождя, с плывущими в небе облаками.

Конечно, не любые изменения состоят в перемещении тел. Так, например, под лучами солнца кожа нагревается, постепенно меняется ее цвет. Но все же наиболее часто встречающиеся вокруг нас изменения состоят в перемещении тел.

Процесс перемещения тел друг относительно друга называют механическим движением. Механика — наука об общих законах движения тел.

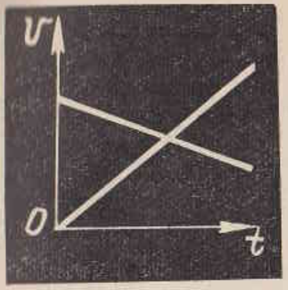
Классическая механика Ньютона и границы ее применимости. Законы механики были открыты великим английским ученым Исааком Ньютоном. На протяжении веков ученые были уверены, что единственными основными (фундаментальными) законами природы являются законы механики Ньютона. Все богатство, все качественное многообразие мира считали результатом различий в движении первичных частиц, слагающих тела вселенной, движении, описываемом законами Ньютона.

Однако при исследовании электромагнитных явлений было доказано, что они не подчиняются законам Ньютона.

Было выяснено также, что законы Ньютона, как и любые другие законы природы, не являются абсолютно точными. Они хорошо описывают движения больших тел, если их скорость мала по сравнению со скоростью света.

Механика, основанная на законах Ньютона, называется *классической механикой.*

Для так называемых элементарных частиц справедливы законы квантовой механики. При движениях со скоростями, близкими к скорости света, тела обнаруживают новые свойства, о существовании которых Ньютон не подозревал. Тем не менее область применения классической механики очень обширна. И в этой области человечество всегда будет пользоваться для описания движения тел законами Ньютона.



КИНЕМАТИКА

Глава I

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ КИНЕМАТИКИ

§ 1. Движение тела и точки

Приступим к изучению механического движения. В любом деле первый и главный вопрос: с чего начать? Не думайте, что ответ на этот вопрос при изучении движения является простым. Человечеству понадобилось около двух тысяч лет, чтобы встать на верный путь, завершившийся открытием законов движения.

Попытки древних философов понять причины движения, в том числе и механического, были плодом чистой фантазии. Подобно тому, рассуждали они, как утомленный путник ускоряет шаги по мере приближения к дому, падающий камень начинает двигаться все быстрее и быстрее, приближаясь к матери-Земле. Движения живых организмов, например кошки, казались в те времена гораздо более простыми и понятными, чем падение камня. Были, правда, и гениальные озарения. Так, греческий философ Анаксагор говорил, что Луна, если бы не двигалась, упала бы на Землю, как падает камень из пращи.

Однако подлинное развитие науки о механическом движении в современном смысле слова берет начало с трудов великого итальянского физика Галилео Галилея. Галилей первым понял, что

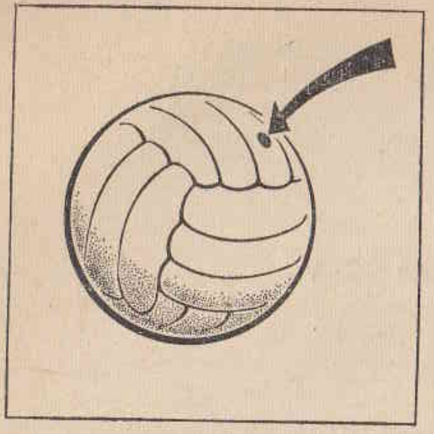


Рис. 1.

Рис. 2.

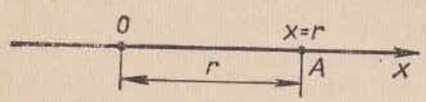


Рис. 3.

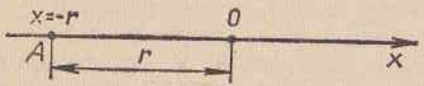


Рис. 4.

для открытия законов движения нужно сначала научиться описывать движение количественно (математически). Нельзя ограничиваться простым наблюдением за движущимися телами; нужно ставить опыты для того, чтобы выяснить, по каким именно правилам происходит движение.

Раздел механики, изучающий способы описания движений и связь между величинами, характеризующими эти движения, называют *кинематикой*.

Уже на первый взгляд задача описания движения кажется очень сложной. В самом деле, взгляните на клубящиеся облака, колышущуюся на ветру ветку дерева; представьте себе, какое сложное движение совершают поршни автомобиля, мчащегося по шоссе. Как же приступить к описанию движения?

Самое простое (а начинать всегда лучше с простого) — это научиться описывать движение точки. Под точкой можно понимать, например, маленькую отметку, нанесенную на движущийся предмет — футбольный мяч (рис. 1), колесо трактора и т. д. Если мы будем знать, как происходит движение к а ж д о й т о ч к и (очень маленького участка) тела, то тем самым мы будем знать, как движется в с е т е л о.

Но вначале не надо гнаться за особо точным описанием движения. Давайте примем за точку очень маленький предмет — маленький по сравнению с тем расстоянием, которое он проходит. Например, когда вы говорите, что пробежали на лыжах 10 *км*, то никто не станет уточнять,

какая же именно часть вашего тела преодолела расстояние ровно в 10 *км*, хотя вы отнюдь не точка. В данном случае это не имеет сколько-нибудь существенного значения.

Это очень важный момент. Когда мы пытаемся описать события, происходящие в мире, то всегда приходится прибегать к разного рода упрощениям действительности. Иначе мы вообще не сдвинемся с места в решении поставленной задачи. Не имеет смысла претендовать на абсолютную точность описания. Во-первых, она практически не нужна, а во-вторых, все равно она недостижима во всей полноте.

Но и движение маленького тела может быть очень сложным и запутанным. Так, пчела за день совершает столь сложное движение, что за количественное его описание вряд ли кто-либо мог бы взяться. Самое простое движение — это движение по прямой в одном направлении. Его совершает автомобиль на прямолинейном участке шоссе или поезд на прямом участке железнодорожного полотна. Вот с прямолинейного движения точки мы и начнем.

Вопросы

1. При каких условиях движущееся тело можно рассматривать как точку?
2. Какое движение точки является самым простым?
3. Каким образом можно описать движение тела?

§ 2. Прямолинейное движение точки. Координаты. Система отсчета

Механическое движение состоит в изменении положения тела в пространстве с течением времени. В случае прямолинейного движения точка (обозначим ее буквой A) во все моменты времени остается на одной прямой. Для определенности будем считать, что прямая изображает шоссе, а точка A — автомобиль.

Описать движение автомобиля — это значит определить его положение на шоссе в любой момент времени[1]. Сделать это можно различными способами.

Предварительно необходим простой, но очень важный шаг. На прямой (шоссе) мы должны выбрать *начало отсчета* расстояний. В самом деле, автомобиль перемещается относительно шоссе. Это означает, что его положение меняется по отношению к любой точке на шоссе. Точку эту можно выбрать произвольно, но выбрать ее на-

[1] Если вам все же не нравится, что автомобиль рассматривается как точка, то с тем же успехом можете считать точкой A метку, поставленную на кузове машины. Тогда нарисованная прямая — это линия, вдоль которой движется метка. В данном случае совершенно безразлично, на каком месте кузова поставить метку. Все метки будут перемещаться одинаково вдоль параллельных прямых.

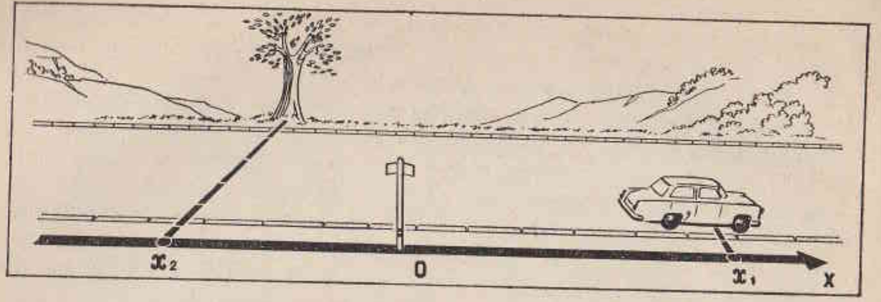


Рис. 5.

ю обязательно. Например, за начало отсчета расстояний можно принять один из километровых столбов.

Выберем точку начала отсчета и обозначим ее буквой O (рис. 2). Расстояние $|OA|$ от начала отсчета до движущейся точки обозначим буквой r. Это расстояние и определяет положение точки A на прямой, но еще не однозначно. Допустим, что $r = 550$ *м*. Такое расстояние можно отсчитать как вправо от точки O, так и влево. Поэтому характеризовать положение точки A просто длиной отрезка OA нельзя. Нужно еще знать, справа или слева от начала отсчета расположена точка A. Вы уже догадались, что следует воспользоваться осью координат (это понятие вам хорошо известно из курса математики), т. е. выбрать на прямой положительное направление, отметив его стрелкой. Тогда положение тела можно характеризовать координатой x, принимающей как положительные, так и отрицательные значения.

Точки A (рис. 3 и 4), находящиеся на одинаковых расстояниях r от начала координат, имеют координаты $x_1 = r$ (см. рис. 3) и $x_2 = -r$ (см. рис. 4). Расстояние точки от начала координат равно модулю ее координаты: $r = |x|$. Если за начало отсчета принять километровый столб (рис. 5), то при выбранном положительном направлении оси OX координата автомобиля будет положительной, а координата дерева — отрицательной.

Расстояние $|OA|$ измеряется одним из обычных способов, например с помощью рулетки. Никаких особых трудностей при измерении расстояния на шоссе нет. Вот измерение огромных расстояний до планет солнечной системы и особенно до звезд — задача сложная. С решением ее вы познакомитесь в курсе астрономии. Трудно измерять и очень малые расстояния, такие, как расстояния между атомами твердого тела.

Если бы точка A покоилась, то нахождение ее координаты полностью решало бы задачу об определении положения точки. Но она движется, и нужно знать, в какие моменты времени ее положение характеризуется соответствующими значениями координаты x. Определение моментов времени сейчас не является сложной задачей, если не требуется очень высокая точность.

Правда, не очень просто фиксировать момент, когда тело оказывается в данном месте. Так, на спортивных соревнованиях (бег, горные лыжи, коньки) для определения времени финиша с точностью до сотых долей секунды применяются сложные электронные устройства. Но мы будем считать, что в каждом случае можно одновременно фиксировать положение точки и показания часов с достаточной точностью.

Во всех случаях можно говорить лишь о движении одного тела относительно другого (например, о движении автомобиля относительно земли). Тело, относительно которого рассматривается движение, называют *телом отсчета*. При движении автомобиля за тело отсчета обычно выбирают землю.

Координатная ось, связанная с телом отсчета, и часы образуют вместе так называемую систему отсчета.

Вопросы

1. Какой величиной характеризуется положение точки на прямой?
2. Является ли координата всегда положительной величиной или же она может быть и отрицательной?
3. Что такое тело отсчета? система отсчета?

§ 3. Различные способы описания движения

Один из простых способов количественного описания прямолинейного движения точки выясним на следующем примере. Будем определять положения автомобиля на шоссе через равные интервалы времени, например через каждую минуту. За начальный момент времени можно принять показания часов, когда мы определяем положение тела в первый раз. Выбор *начала отсчета времени* произволен. Если отсчет времени производится с помощью секундомера, удобно считать, что движение тела начинается в момент пуска секундомера ($t_0 = 0$).

Отмечая положение автомобиля в соответствующие моменты времени, можно результаты измерений занести в таблицу, приведенную на странице 14.

В начальный момент времени автомобиль находился в начале отсчета. За первую минуту он прошел 320 *м*; за вторую значительно больше — 730 *м*; за третью еще больше — 790 *м*, но за четвертую минуту уже меньше — всего 290 *м*. Далее он, очевидно, стоял (возможно, перед светофором), а затем по прошествии более семи минут после начала движения вновь пришел в движение. Начиная с девятой минуты автомобиль проходил по 1000 *м* в минуту.

Конечно, это не очень детальное описание движения. Для более детального описания движения надо было бы определять положения автомобиля через меньшие интервалы времени: полминуты, секунду,

Таблица 1

t, мин	x, м	t, мин	x, м
0	0	7	2130
1	320	8	2250
2	1050	9	3130
3	1840	10	4130
4	2130	11	5130
5	2130	12	6130
6	2130		

десятую долю секунды и т. д. Важно лишь понять, что в принципе таким способом можно описать движение сколь угодно детально, выбрав малые интервалы времени.

Перейдем теперь к другому, графическому способу описания движения. Графическое описание движения удобно, так как очень наглядно. Будем откладывать вдоль горизонтальной оси моменты времени, а вдоль вертикальной — соответствующие значения координат. Соединив полученные точки, каждая из которых изображает координату в определенный момент времени, получим *график изменения координаты со временем* (рис. 6). Из него видно, что расстояние от начала отсчета до автомобиля сначала увеличивается медленно, затем быстрее, а потом опять медленнее (торможение машины). Далее на протяжении нескольких минут расстояние остается неизменным и затем снова начинает расти. Причем конец графика представляет собой отрезок прямой.

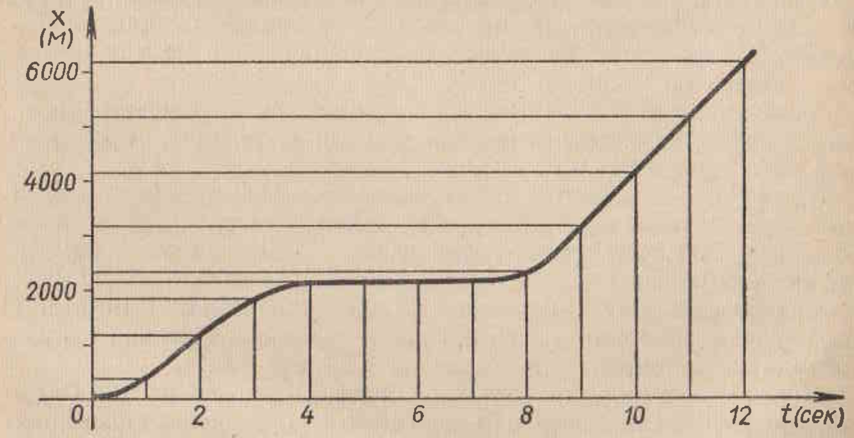


Рис. 6.

График на рисунке 6 содержит те же сведения о движении, что и таблица 1.

Предостережем от очень наивной, но часто встречающейся ошибки. График показывает, как меняется координата автомобиля с течением времени. Получается, как видите, довольно сложная кривая. Но это ни в коей мере не означает, что само тело движется вдоль этой кривой. Движение-то является прямолинейным! **Линия, вдоль которой происходит движение точки, называется траекторией.** В рассмотренном случае траекторией движения точки является прямая линия.

Остановимся еще на одном способе описания движения. В каждый момент времени t координата x имеет определенное значение. С течением времени происходит изменение координаты. Говоря математическим языком, это означает, что **координата является функцией времени:**

$$x = f(t), \text{ или } x = x(t).$$

Вид этой функции в каждом конкретном случае будет вполне определенным. Функция, описывающая движение, изображенное графически на рисунке 6, столь сложна, что мы не будем пытаться записать ее в виде определенной формулы.

Зависимость координаты от времени дает полное кинематическое описание движения точки вдоль оси OX. В дальнейшем мы увидим, как законы механики позволяют найти вид этой функции, и познакомимся с тем, что нужно для этого знать.

Вопросы

1. Какие способы применяются для описания движения?
2. Что такое график движения и что такое траектория?
3. В чем состоит полное кинематическое описание движения точки вдоль прямой?

§ 4. Скорость при равномерном прямолинейном движении

Если мы знаем только, что автомобиль в данный момент времени находится в определенном месте на шоссе, то мы еще ничего не знаем о том, как он движется. Важной величиной, характеризующей движение тела, является его *скорость*. Со скоростью (быстротой движения тела) вы уже знакомились на уроках физики в 6 классе. Но и без этого каждый имеет некоторое представление о скорости и о том, почему нам часто нужно знать скорость движения тела.

Черепаха перемещается с малой скоростью: ее движение — символ медлительности (черепаший шаг). Человек перемещается быстрее, т. е. движется с большей скоростью. Автомобиль движется быстрее человека, а самолет еще быстрее. Самой большой скорости

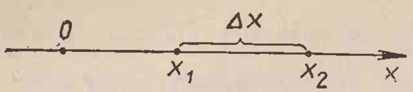


Рис. 7.

относительно Земли человек достигает с помощью космических ракет.

Чем больше скорость, тем большее расстояние проходит тело за данный интервал времени.

Несмотря на то что слово «скорость» давно стало для нас привычным, определить строго, что же такое скорость, не так-то просто. Ясно лишь, что величина скорости показывает, как быстро движется тело, т. е. как быстро меняется с течением времени его положение в пространстве по отношению к другим телам.

По-прежнему вначале будем считать, что точка (автомобиль на шоссе) движется прямолинейно. Пусть в момент времени t_1 точка имела координату x_1, а в момент t_2 ее координата стала равной x_2.

За интервал (или промежуток) времени $t_2 - t_1$ изменение координаты точки равно $x_2 - x_1$ (рис. 7). Для интервала времени принято сокращенное обозначение Δt[1]:

$$\Delta t = t_2 - t_1.$$

Точно так же изменение координаты обозначается Δx:

$$\Delta x = x_2 - x_1.$$

Рассмотрим самый простой случай движения, когда автомобиль за любые равные интервалы времени проходит одинаковые расстояния. Такое движение называют *равномерным*.

При равномерном прямолинейном движении скорость определяют как величину, равную отношению изменения координаты тела (точки) Δx к промежутку времени Δt, за который это изменение координаты произошло:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}. \qquad (1.1)$$

Индекс x около буквы v указывает, что рассматривается скорость точки вдоль оси OX.

Скорость равномерного прямолинейного движения постоянна:

$$v_x = \text{const}.$$

В самом деле, за любые равные интервалы времени изменения координат одинаковы. Поэтому одинаковы и отношения $\frac{\Delta x}{\Delta t}$. Если уменьшить интервал времени в два раза, то и изменение координаты уменьшится тоже в два раза. Ведь за первую половину интервала тело проходит точно такое же расстояние, что и за вторую.

---

[1] Значок Δ (греческая буква «дельта») обозначает в формулах изменение, приращение, промежуток, интервал, отрезок. Соответственно Δt («дельта тэ») означает не произведение двух величин Δ и t, а промежуток времени.

Обратите внимание на то, что скорость v_x может быть как положительной, так и отрицательной.

Действительно, $\Delta t = t_2 - t_1$ всегда положительно ($\Delta t > 0$). Но изменение координаты Δx может быть как положительным ($\Delta x > 0$, если $x_2 > x_1$), так и отрицательным ($\Delta x < 0$, если $x_2 < x_1$).

Вопросы

1. Какое движение называется равномерным прямолинейным?
2. Дайте определение скорости равномерного прямолинейного движения.
3. Точка движется по прямой и проходит за первую, вторую, третью и т. д. минуты по 1 *м*. Означает ли это, что движение точки обязательно является равномерным?

§ 5. Координаты и пройденный путь при равномерном прямолинейном движении

Если скорость постоянна, то координата меняется со временем по простому закону.

Будем рассматривать движение тела (точки) начиная с момента времени $t_0 = 0$. Пусть в этот момент времени координата тела, называемая *начальной координатой*, равна x_0 (рис. 8). Тогда, обозначив координату в произвольный момент времени через x, получим:

$$v_x = \frac{x - x_0}{t}. \qquad (1.2)$$

Отсюда

$$\boxed{x = x_0 + v_x t.} \qquad (1.3)$$

Из этого уравнения видно, что зависимость координаты от времени является линейной. Так как v_x может быть как больше, так и меньше нуля, то координата x или возрастает, или убывает.

Простая формула (1.3) справедлива для любого момента времени только при равномерном прямолинейном движении, так как только в этом случае выражение (1.2) точно определяет скорость при любом значении t.

Итак, для определения координаты в произвольный момент времени надо знать начальную координату x_0 и скорость v_x. Эти величины, следовательно, необходимо измерить.

Подчеркнем, что формула (1.3) непосредственно определяет координату движущейся точки, но не пройденный путь (длину отрезка траектории, пройденного телом за время t).

Пройденный путь s (рис. 8) равен модулю изменения координаты:

$$s = |x - x_0|.$$

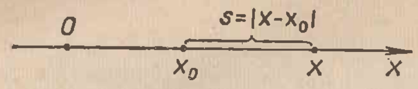


Рис. 8.

Его можно найти, зная модуль скорости $v = |v_x|$:

$$s = |v_x| \cdot t = vt \qquad (1.4)$$

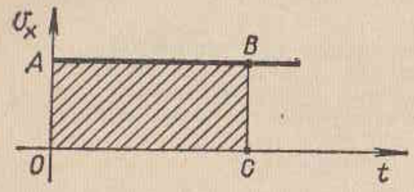


Рис. 9.

Полученные результаты можно изобразить наглядно с помощью графиков. Особенно прост график зависимости скорости от времени (рис. 9). Это прямая, параллельная оси времени. Площадь прямоугольника $OABC$, заштрихованная на рисунке, численно равна изменению координаты тела за время t. Ведь сторона OA есть v_x, а сторона OC — время движения t, поэтому $\Delta x = v_x t$.

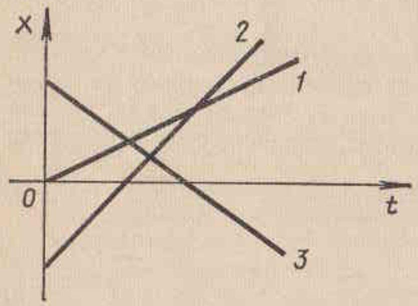


Рис. 10.

На рисунке 10 приведены графики зависимости координаты от времени для трех случаев. Прямая *1* соответствует случаю $x_0 = 0$, $v_x > 0$; прямая *2* — случаю $x_0 < 0$, $v_x > 0$, а прямая *3* — случаю $x_0 > 0$, $v_x < 0$. Во втором случае скорость v_x больше, чем в первом.

Отметим в заключение, что, строго говоря, равномерного прямолинейного движения не существует. Автомобиль на шоссе никогда не едет абсолютно прямо; небольшие отклонения в ту и другую сторону от прямой всегда имеются. И величина скорости слегка изменяется. Небольшая неровность шоссе, порыв ветра, чуть-чуть большее нажатие на педаль газа и другие причины вызывают небольшие изменения скорости. Но приближенно на протяжении не слишком большого промежутка времени движение автомобиля можно считать прямолинейным и равномерным с достаточной для практических целей точностью. Таково одно из упрощений сложной действительности, позволяющее без больших усилий описывать многие движения. Можно привести множество других примеров, в которых движение тел происходит практически прямолинейно и равномерно: моторная лодка на реке или озере, летящий самолет, центр шарика, катящегося по гладкому горизонтальному стеклу, парашютист с раскрытым в безветренную погоду парашютом и т. д.

Вопросы

1. Что называют начальной координатой точки?
2. Какой формулой определяется координата точки в любой момент времени при равномерном прямолинейном движении?
3. Чем отличается пройденный путь от координаты?
4. Равномерного прямолинейного движения, строго говоря, не существует. Зачем же мы изучаем его?

§ 6. Средняя скорость при неравномерном прямолинейном движении. Мгновенная скорость

Ни одно тело не движется все время с постоянной скоростью. Трогаясь с места, автомобиль начинает двигаться все быстрее и быстрее. Некоторое время он может двигаться равномерно или почти равномерно, но рано или поздно замедляет движение и останавливается. При этом он проходит различные расстояния за одни и те же интервалы времени, т. е. движется *неравномерно*.

Что же надо понимать под скоростью в данный момент времени в случае неравномерного прямолинейного движения тела? Сначала введем понятие *средней скорости* неравномерного движения за интервал времени Δt.

Средней (по времени) скоростью точки называется величина, равная отношению изменения ее координаты Δx к интервалу времени Δt, в течение которого это изменение произошло:

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

По форме определение средней скорости неравномерного движения не отличается от определения скорости равномерного движения. Но содержание его будет иным[1]. Теперь отношение $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ уже не постоянно. Оно зависит как от величины интервала $\Delta t = t_2 - t_1$, так и от выбора начального момента времени t_1. Например, согласно таблице 1 средняя скорость на интервале времени от второй до четвертой минуты равна $\frac{2130-1050}{2} = 540$ (*м/мин*), на интервале от второй и до третьей минуты она равна $\frac{1840-1050}{1} = 790$ (*м/мин*), а на интервале от третьей до четвертой минуты получаем значение $\frac{2130-1840}{1} = 290$ (*м/мин*).

Средняя скорость характеризует движение на интервале именно в среднем и ничего не говорит о том, как же двигался автомобиль в различные моменты времени этого интервала.

Если бы мы нашли среднюю скорость автомобиля сначала за минуту, затем за секунду, десятую, тысячную долю секунды и т. д.,

[1] Здесь и в дальнейшем черта сверху означает средние значения.

то мы все точнее и точнее находили бы истинную, или *мгновенную*, *скорость*, т. е. скорость в данный момент времени (или в данной точке траектории). Таким образом, чтобы определить мгновенную скорость более точно, нужно брать все меньшие и меньшие интервалы времени. В пределе интервал времени должен быть бесконечно малым. Тогда бесконечно малым будет и изменение координаты.

Но при стремлении интервала времени Δt к нулю отношение $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ будет приближаться к определенному значению, которое и будет мгновенной скоростью.

Рассмотрим конкретный пример. Пусть при движении тела вдоль оси OX его координата изменяется согласно уравнению

$$x = kt^2,$$

где k — постоянный коэффициент.

Примем $k = 5$ *м/сек*^{2} и вычислим изменения координаты тела за 0,1, 0,01, 0,001 *сек*..., отсчитываемые, например, с момента времени $t_1 = 1$ *сек*:

$$\Delta x_1 = 5\ м/сек^2 \cdot (1{,}1\ сек)^2 - 5\ м/сек^2 \cdot (1\ сек)^2 = 1{,}05\ м,$$

$$\Delta x_2 = 5\ м/сек^2 \cdot (1{,}01\ сек)^2 - 5\ м/сек^2 \cdot (1\ сек)^2 = 0{,}1005\ м.$$

. . . .

Найдем теперь отношения изменений координаты к тем промежуткам времени, за которые эти изменения произошли:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{1{,}05\ м}{0{,}1\ сек} = 10{,}5\ м/сек,$$

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{0{,}1005\ м}{0{,}01\ сек} = 10{,}05\ м/сек.$$

. . . .

Результаты вычислений приведены в таблице 2.

Таблица 2

$t_1 = 1$ *сек*		
Δt, *сек*	Δx, *м*	$\frac{\Delta x}{\Delta t}$, *м/сек*
0,1 0,01 0,001 0,0001	1,05 0,1005 0,010005 0,00100005	10,5 10,05 10,005 10,0005

Из таблицы видно, что по мере приближения интервала времени Δt к нулю отношение $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ приближается к определенному значению, равному 10 *м/сек*.

Таким образом, для любого момента времени отношение изменения координаты точки к промежутку времени, за который это изменение произошло, стремится к определенному значению при стремлении самого промежутка времени к нулю. Полученный вывод справедлив для любого неравномерного движения.

Мгновенной скоростью при прямолинейном движении называется величина, равная отношению изменения координаты точки к интервалу времени, за который это изменение произошло, если интервал времени стремится к нулю:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{при условии, что} \quad \Delta t \to 0. \tag{1.5}$$

Когда мы говорим, что скорость в данный момент равна 10 *м/сек*, то это не означает, что тело пройдет 10 *м* за 1 *сек*. Смысл утверждения таков: если бы начиная с этого момента тело продолжало двигаться равномерно целую секунду, то оно прошло бы 10 *м*.

В дальнейшем, при изучении следующего раздела механики — динамики, вы увидите, что именно мгновенная, а не средняя скорость играет в механике основную роль.

Вопросы

1. Что называется мгновенной скоростью?
2. В каком случае средняя скорость равна мгновенной скорости в любой точке?
3. Каков смысл утверждения, что мгновенная скорость при неравномерном движении равна 35 *м/сек*?

§ 7. Описание движения на плоскости

До сих пор мы изучали движение вдоль заранее выбранной прямой линии. Автомобиль на узком участке прямого шоссе или поезд на прямолинейном участке железной дороги иначе и не могут двигаться. На реке уже нет ни дорог, ни рельсов, и лодка может плыть под любым углом к берегу. Правда, ограничение движения здесь есть. Лодка перемещается в одной определенной плоскости: вдоль поверхности воды. Самолет же может лететь как угодно: в горизонтальной плоскости, вниз или вверх. Как же описывать движение в этих более сложных случаях?

Мы ограничимся подробным описанием только движения на плоскости. Здесь на первых порах встретится не так уж много нового. Тот прием, который был использован для описания движения вдоль заданной прямой, повторится дважды.

Определить положение лодки в произвольном месте на реке с помощью одной координаты уже нельзя. Из курса математики вам известно, что положение точки на плоскости определяется двумя координатами. Нам потребуется теперь система координат из двух

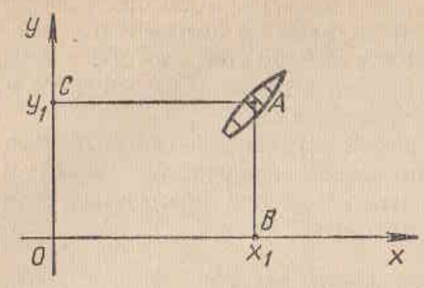


Рис. 11.

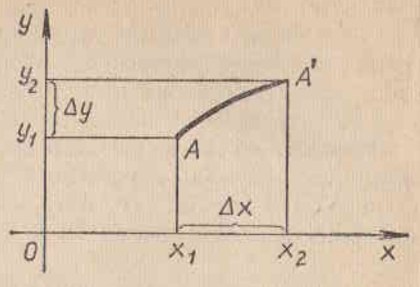


Рис. 12.

осей OX и OY. Начало координат и направление осей выбираются произвольно. Направим ось OX вдоль берега (ее можно было бы провести и посредине реки), а ось OY перпендикулярно берегу. Опустив на оси координат перпендикуляры AB и AC из точки A, найдем ортогональные проекции точки A и тем самым координаты x_1 и y_1, которые имеет лодка (рис. 11). Длины отрезков AB и AC равны модулям координат лодки: $|AB| = |x|$, $|AC| = |y|$.

При движении тела координаты x и y меняются с течением времени. Пусть за интервал времени Δt лодка переместилась из точки A в точку A', причем не обязательно по прямой (рис. 12). Если обозначить координаты лодки в начальный момент времени через x_1, y_1, а в конечный — через x_2, y_2, то изменения координат выразятся так:

$$\Delta x = x_2 - x_1,$$

$$\Delta y = y_2 - y_1.$$

Величины Δx и Δy могут быть как положительными, так и отрицательными.

В частном случае при равномерном прямолинейном движении скорости изменения координат $v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ и $v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t}$ не меняются с течением времени (см. § 4). В этом случае координата y, как и координата x, меняется с течением времени по линейному закону (1.3), который был получен для равномерного движения вдоль оси OX:

$$\boxed{\begin{aligned} x &= x_0 + v_x t, \\ y &= y_0 + v_y t, \end{aligned}} \qquad (1.6)$$

где x_0 и y_0 — координаты тела в начальный момент времени.

Вопросы

1. Как определить координаты точки на плоскости?
2. Как можно найти положение тела на плоскости при равномерном прямолинейном движении?

§ 8. Векторы

Вектор перемещения, векторные величины. Если человек сделал шаг, то важно знать не только длину шага, но и направление[1], в котором шаг сделан. В комнате это может быть и не так существенно, но, например, в горах неверно выбранное направление одного шага может кончиться трагически. Шаг, который вы делаете, является примером п е р е м е щ е н и я (рис. 13). Любое механическое перемещение определяется как его длиной, так и направлением. Поэтому его можно считать вектором и изображать направленным отрезком прямой (см. курс геометрии 7 класса).

В механике вектором перемещения или просто **перемещением называется направленный отрезок прямой, проведенный из начального положения точки в ее конечное положение. Длина вектора перемещения называется его модулем.**

Величины, подобные перемещению, которые, кроме своего модуля, характеризуются еще направлением в пространстве, называются векторными.

Из курса физики 6 класса вы знаете, что векторными величинами являются, например, скорость, сила. Их также изображают направленными отрезками прямой, выбрав надлежащий масштаб при заданной единице измерения этой величины.

Будем в дальнейшем векторы отмечать стрелкой над их буквенными обозначениями. Перемещение, показанное на рисунке 13, можно обозначить так: $\vec{AB}$. Обратите внимание: при криволинейном движении модуль перемещения не равен пути, пройденному точкой с момента времени t_1 до момента t_2 (рис. 14), т. е. длина дуги A_1A_2 больше длины вектора перемещения. Модуль перемещения $|A_1A_2|$, т. е. его длина, как и модуль любого вектора, есть положительное число.

Радиус-вектор. Положение тела в произвольной точке A (рис. 15) пространства можно задать с помощью *радиус-вектора*, которым называется вектор, проведенный из начала координат (точка O) в данную точку пространства. Действительно, длина радиус-вектора $\vec{r}$, или его модуль $|\vec{r}| = r$, определяет расстояние, на котором точка A (рис. 15) находится от начала координат, а стрелка указывает направление на точку пространства. Следовательно, радиус-вектор $\vec{r}$ указывает, на каком расстоянии и в каком направлении находится точка A пространства относительно начала выбранной системы координат.

Проекции радиус-вектора. Проекциями радиус-вектора $\vec{OA}$ (см. рис. 15) на координатные оси OX и OY называются координаты конца этого вектора, т. е. точки A. Проекции мы будем обозначать

[1] Для большей определенности надо следить за перемещением одной точки, например метки, сделанной мелом на носке ботинка.

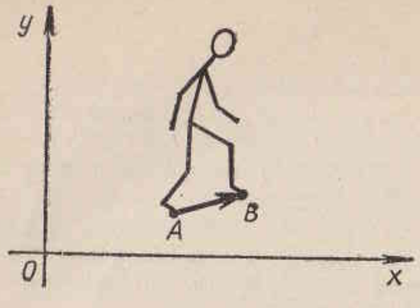


Рис. 13.

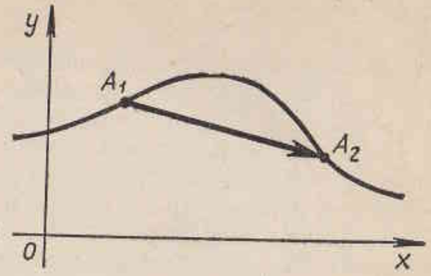


Рис. 14.

той же буквой, что и вектор, но без стрелки над ней и с индексом внизу, указывающим, на какую ось проектируется вектор. Так, r_x и r_y есть проекции вектора $\vec{r}$ на оси координат OX и OY. Тогда

$$r_x = x, \ r_y = y.$$

Проекции, как и координаты, могут быть положительными и отрицательными.

Координаты x и y точки A полностью определяют модуль радиус-вектора и его направление на плоскости относительно координатных осей. Действительно, по известной из геометрии теореме Пифагора имеем:

$$|\overrightarrow{OA}|^2 = |OB|^2 + |AB|^2,$$

или

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Угол α между направлением вектора $\vec{r}$ и осью OX также определяется однозначно координатами x и y; его можно измерить, например, транспортиром. Можно также вычислить $\cos\alpha$ по формуле:

$$\cos\alpha = \frac{x}{r},$$

а затем, пользуясь таблицей, определить сам угол.

Так как координаты конца вектора $\vec{r}$ равны его проекциям на оси координат, то, значит, радиус-вектор полностью определяется этими проекциями, потому что они дают возможность найти его модуль и направление.

Проекции вектора. Опустив перпендикуляры из начала и конца перемещения $\overrightarrow{A_1A_2}$ (рис. 16) на оси координат, можно найти его проекции на оси OX и OY. Из рисунка 16 видно, что проекции перемещения равны изменениям координат Δx и Δy движущейся точки. Изменения координат могут быть как положительными,

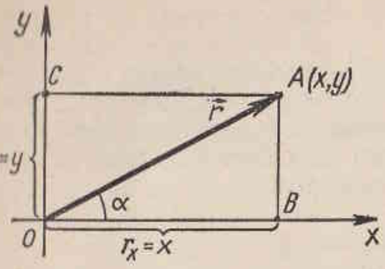


Рис. 15.

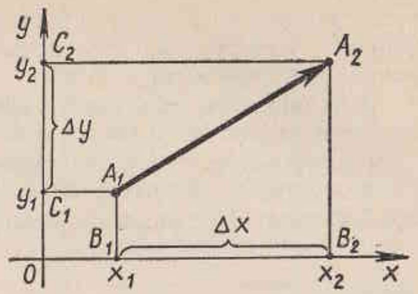


Рис. 16.

так и отрицательными величинами. Поэтому проекции перемещения на оси координат также могут быть положительными и отрицательными.

Модуль и направление перемещения полностью определяются его проекциями на оси координат. Для модуля перемещения имеем (рис. 16):

$$|\overrightarrow{A_1A_2}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}.$$

Если, напротив, известен вектор перемещения, то однозначно определяются изменения координат Δx и Δy движущейся точки.

Проекции любого вектора находятся так же, как и проекции перемещения. Но они выражаются не в единицах длины, а в тех единицах, которыми измеряется модуль данной величины.

Понятием проекции вектора мы будем широко пользоваться в дальнейшем.

Скаляры. Конечно, не все величины характеризуются направлением. Число горошин в стручке, длина предмета, температура, электрический заряд и т. д. характеризуются одним числом (это число может быть положительным, отрицательным или нулем). Подобные величины принято называть *скалярами.*

Итоги. Положение точки на плоскости и ее перемещение могут быть заданы с помощью векторов. Вектор на плоскости определяется двумя числами — проекциями на оси прямоугольной системы координат. Наоборот, задание, например, вектора $\vec{r}$ эквивалентно заданию координат x и y, а задание перемещения эквивалентно заданию изменения координат Δx и Δy движущейся точки. Модуль вектора — неотрицательное число, а проекция может быть как положительной, так и отрицательной величиной.

При движении точки ее радиус-вектор меняется со временем, т. е. является функцией времени: $\vec{r} = \vec{r}(t)$. Это выражение есть сокращенная запись двух уравнений $x = x(t)$ и $y = y(t)$, описывающих движение на плоскости. Вместо двух (в общем случае движения в пространстве — трех) уравнений для координат или других величин, изменяющихся со временем, можно записать одно уравнение для векторов.

В дальнейшем вы сможете убедиться в преимуществе использования векторов. Хотя введение векторов очень полезно, но не является совершенно необходимым для описания движения. Использование векторов значительно облегчает описание движения, делает его более наглядным, экономным и компактным.

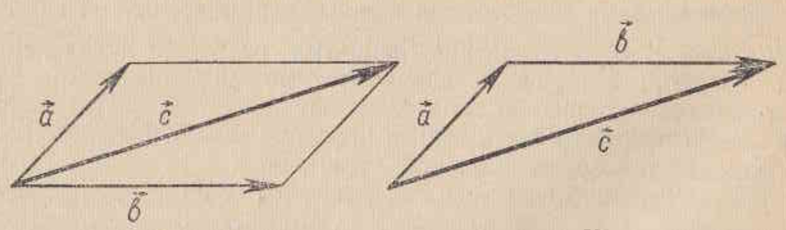
Вопросы

1. Что называется перемещением? Как его изображают?
2. Что называется модулем перемещения?
3. Что называется радиус-вектором?
4. Как найти проекции радиус-вектора и вектора перемещения?
5. Как с помощью проекций находится модуль любой векторной величины? Чем отличается проекция вектора от его модуля?
6. Правильна ли следующая запись: $\vec{v} = 5$ *м/сек*?
7. Чем отличаются векторные величины от скалярных?

§ 9. Сложение и вычитание векторов

Из курса геометрии 7 класса известно правило сложения и вычитания векторов. Аналогично производится сложение и вычитание векторных величин в физике.

Если заданы векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, то их можно сложить по правилам параллелограмма или треугольника (рис. 17). Вектор $\vec{c}$ является их суммой: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. В первом случае суммарный вектор представляет собой диагональ параллелограмма, построенного на составляющих векторах как на сторонах (начала всех трех векторов совпадают). Во втором случае поступают так: с концом вектора $\vec{a}$ совмещают начало вектора $\vec{b}$. Соединив затем начало первого вектора с концом второго, получим суммарный вектор. Обратите внимание на



а б

Рис. 17.

то, что при сложении векторов модуль результирующего вектора в общем случае не равен сумме модулей слагаемых векторов (длина стороны треугольника меньше суммы длин двух других сторон). Равенство имеет место лишь при сложении параллельных векторов.

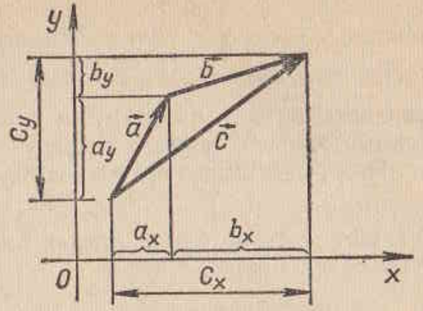


Рис. 18.

Для дальнейшего очень важно уяснить себе, что **проекции суммарного вектора на координатные оси равны суммам проекций слагаемых векторов:**

$$c_x = a_x + b_x,$$
$$c_y = a_y + b_y.$$

Это непосредственно видно из рисунка 18.

Напомним теперь правило вычитания векторов. Когда мы имеем дело с числами, то вычитание из одного числа другого означает то же самое, что прибавление к первому числу нового числа, противоположного по знаку второму числу, например: $10 - 6 = 10 + (-6)$. Подобным образом определяется вычитание векторов. **Вычесть из вектора $\vec{a}$ вектор $\vec{b}$ (рис. 19, *а*) — это то же самое, что прибавить к вектору $\vec{a}$ вектор $(-\vec{b})$,** отличающийся от вектора $\vec{b}$ тем, что он направлен в противоположную сторону (знак минус указывает здесь противоположность направления). Модули векторов $\vec{b}$ и $(-\vec{b})$ равны, а их направления противоположны (такие векторы называют противоположными). Проекции противоположных векторов имеют противоположные знаки. Сами же векторы не могут быть ни положительными, ни отрица-

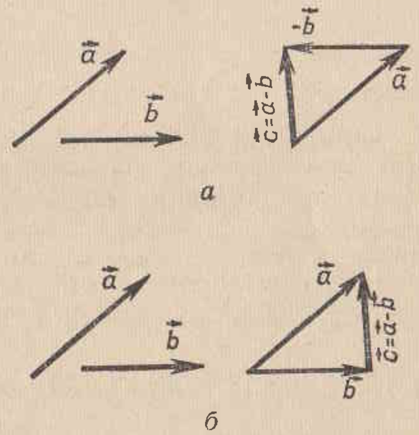


Рис. 19.

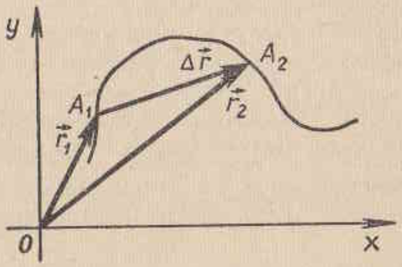


Рис. 20.

тельными, так как не являются алгебраическими величинами. Можно находить разность векторов и несколько иначе. Если нарисовать векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ выходящими из одной точки (рис. 19,б), то **разность $\vec{a} - \vec{b}$ изобразится вектором $\vec{c}$, проведенным из конца «вычитаемого» вектора к концу «уменьшаемого» вектора.**

При вычитании векторов вычитаются и их проекции на координатные оси. Если $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$, то $c_x = a_x - b_x$ и $c_y = a_y - b_y$. Убедитесь в этом сами, сделав рисунок, подобный рисунку 18 для случая сложения векторов.

Вектор перемещения $\overrightarrow{A_1A_2}$ (рис. 20) есть не что иное, как разность двух векторов $\vec{r}_2$ и $\vec{r}_1$, характеризующих положение точки в конечный и начальный моменты времени. На этом основании **перемещение рассматривается как изменение радиус-вектора движущейся точки.** Его обозначают следующим образом:

$$\overrightarrow{A_1A_2} = \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1. \qquad (1.7)$$

Вопросы

1. Как осуществляется сложение векторов с помощью правила параллелограмма и правила треугольника?

2. Вектор $\vec{c}$ является суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите модуль вектора $\vec{c}$, если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ заданы на плоскости следующими значениями своих проекций: $a_x = 4$ *см*, $b_x = -1$ *см*, $a_y = 2$ *см*, $b_y = -6$ *см*.

3. Два вектора лежат на одной прямой и направлены в одну сторону. Куда направлен вектор их разности и чему равен его модуль? Ответьте на этот же вопрос, если векторы направлены в противоположные стороны.

§ 10. Скорость при криволинейном движении

Подобно перемещению, скорость является вектором. Она характеризует не только быстроту движения тела, но и направление его движения. Говорят о направлении движения пешехода, машины, лодки, самолета, ракеты и т. д. Под направлением движения тела в некоторый момент времени принято понимать направление его скорости в этот момент. Скорость можно изобразить направленным отрезком (стрелкой), длина которого в определенном масштабе характеризует модуль скорости (рис. 21).

Понятие вектора скорости движения вводится в принципе таким же образом, как и понятие скорости изменения координаты тела (см. § 5). **Вектор средней (по времени) скорости представляет собой величину, равную отношению вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ к интервалу времени Δt, за который это перемещение совершилось:**

$$\vec{v}_{ср} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \qquad (1.8)$$

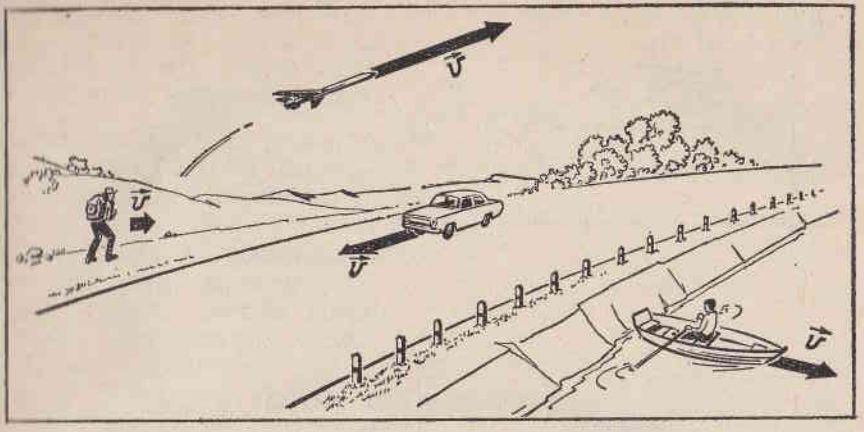


Рис. 21.

Направление $\vec{v}_{ср}$ совпадает с направлением вектора перемещения $\Delta\vec{r}$. (Деление вектора на положительное число Δt означает изменение модуля вектора в $\frac{1}{\Delta t}$ раз без изменения его направления.)

Сама по себе средняя скорость (1.8) не играет практически существенной роли. Например, при посадке на Луну космического аппарата или при стыковке космических кораблей необходимо знать не среднюю скорость, а скорость в каждое мгновение, в каждой точке сложной криволинейной траектории — мгновенную скорость. Но для введения понятия мгновенной скорости произвольного криволинейного движения проще всего исходить из понятия средней скорости. Прием, используемый здесь, вполне подобен приему, применяемому при введении понятия мгновенной скорости прямолинейного неравномерного движения.

При уменьшении интервала времени Δt перемещения точки A, движущейся по криволинейной траектории, уменьшаются по модулю и меняются по направлению. Соответственно средние скорости $\frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t_1}$, $\frac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t_2}$, $\frac{\Delta\vec{r}_3}{\Delta t_3}$,... меняются по модулю и направлению (рис. 22). Но по мере приближения интервала Δt к нулю отношение $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ приближается к определенному предельному значению. Это предельное значение мы будем называть мгновенной скоростью.

Итак, **мгновенной скоростью называется величина, равная отношению перемещения $\Delta\vec{r}$ к интервалу времени Δt, в течение которого это перемещение произошло, если интервал стремится к нулю:**

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \text{ при условии, что } \Delta t \to 0. \qquad (1.9)$$

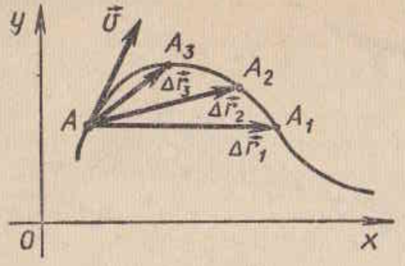


Рис. 22.

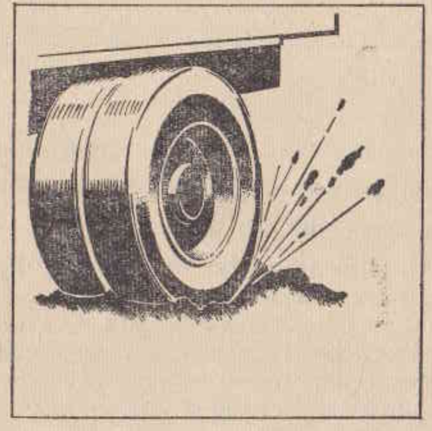


Рис. 23 а.

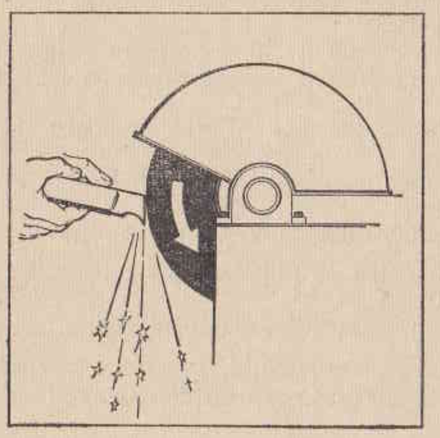


Рис. 23 б.

Мгновенная скорость направлена по касательной к траектории. Действительно, при уменьшении интервала Δt вектор $\Delta\vec{r}$ уменьшается по модулю и его направление приближается к направлению касательной к траектории, проведенной в точке A. В предельном случае бесконечно малого интервала Δt вектор перемещения совпадает с бесконечно малым участком траектории, т. е. направлен по касательной к ней. А вектор скорости всегда направлен так же, как и вектор перемещения.

В частности, скорость точки, движущейся по окружности, направлена по касательной к этой окружности.

Это нетрудно наблюдать. Если маленькие частички отделяются от вращающегося диска, то они летят по касательной, так как имеют в момент отрыва скорость, равную скорости точек на окружности диска. Вот почему грязь из-под колес автомашины летит по касательной к окружности колес (рис. 23 а). Также по касательной летят раскаленные частицы точильного камня, отрывающиеся от вращающегося диска, если коснуться его поверхности стальным резцом (рис. 23 б).

Так как изменения координат Δx и Δy являются проекциями вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ (см. § 8), то скорости изменения координат

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{и} \quad v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} \tag{1.10}$$

являются проекциями на оси OX и OY вектора скорости $\vec{v}$ движения точки. Формула для мгновенной скорости (1.9) по существу есть символическая запись двух выражений (1.10) при условии, что Δt стремится к нулю.

Модуль вектора скорости определяется через его проекции по общему для всех векторов правилу:

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \tag{1.11}$$

Направление вектора $\vec{v}$ определяется его проекциями v_x и v_y так же однозначно, как и направление вектора $\vec{r}$ определяется координатами x и y конца этого вектора.

В случае движения на плоскости с постоянной скоростью система уравнений (1.6) эквивалентна одному векторному уравнению:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}\,t, \tag{1.12}$$

где $\vec{r}$ — радиус-вектор точки в момент времени t, а $\vec{r}_0$ — начальный радиус-вектор. Это непосредственно следует из того факта, что проекция суммарного вектора равна сумме проекций слагаемых векторов (см. § 9).

Очень часто, например, при составлении расписания движения автобусов, поездов и других средств транспорта нужно уметь оценивать время, необходимое для прохождения определенного пути. Или, наоборот, знать приблизительно путь, проходимый за какое-либо определенное время. Конечно, если бы мы знали мгновенную скорость в каждой точке траектории, то и та и другая задача могла бы быть решена. Но ведь заранее знать скорость, например автобуса, в каждой точке практически невозможно. Дорожные условия, светофоры, интенсивность движения на дороге и другие факторы влияют на мгновенную скорость движения. Не поможет здесь и знание вектора средней скорости. Так как автомобиль в конце рабочего дня возвращается в гараж, то модуль вектора перемещения за день равен нулю и равен нулю модуль средней скорости: $v_{ср} = 0$. Между тем автомобиль прошел большой путь, измеряемый счетчиком, находящимся в самом автомобиле. Ясно, что определить пройденный путь с помощью вектора средней скорости нельзя.

Поэтому целесообразно ввести еще одну, скалярную величину — *средний модуль скорости* $\bar{v}$, равный (по определению) отношению пути s (т. е. длине траектории) к промежутку времени t, за который этот путь пройден:

$$\bar{v} = \frac{s}{t}. \tag{1.13}$$

Эта величина была введена в курсе физики 6 класса. Там она называлась просто средней скоростью. Но теперь, после знакомства с векторами, уже можно пользоваться более точным термином. Именно значение среднего модуля скорости позволяет приближенно вычислить путь, пройденный за определенное время, или время прохождения определенного пути.

Вопросы

1. Что называется средней скоростью?
2. Велосипедист, двигаясь по треку, проехал полный круг. Чему равна средняя скорость велосипедиста за это время и чему равен ее модуль? Равен ли нулю средний модуль скорости велосипедиста?
3. Как направлены средняя и мгновенная скорости тела при движении по криволинейной траектории?
4. Точка движется по криволинейной траектории так, что модуль ее скорости не изменяется. Означает ли это, что скорость точки постоянна?

§ 11. Сложение скоростей

Пусть по реке плывет моторная лодка, и нам известна ее скорость $\vec{v}_1$ относительно воды, точнее, относительно системы отсчета K_1, движущейся вместе с водой. Такую систему отсчета можно связать, например, с плывущим по течению бревном. Если известна также скорость течения реки $\vec{v}$ относительно системы отсчета K_2, связанной с берегом, т. е. скорость системы отсчета K_1 относительно системы отсчета K_2, то можно определить скорость лодки $\vec{v}_2$ относительно берега (рис. 24).

Скорость течения реки измерить нетрудно. Скорость лодки относительно воды тоже можно измерить с помощью несложного прибора. Можно, конечно, непосредственно измерить и скорость $\vec{v}_2$ лодки относительно берега, но сделать это уже не так просто. Лучше ее вычислить.

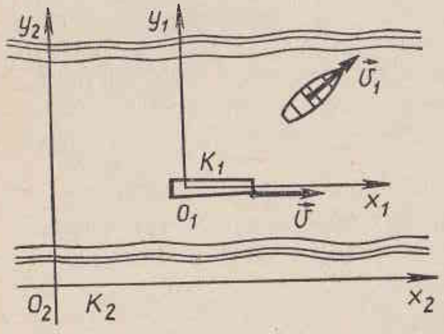


Рис. 24.

Закон сложения скоростей можно получить из формулы для сложения перемещений. Так как перемещения являются векторами, то

$$\Delta\vec{r}_2 = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}, \qquad (1.14)$$

где $\Delta\vec{r}_1$ — перемещение лодки относительно воды, $\Delta\vec{r}$ — перемещение воды относительно берега и $\Delta\vec{r}_2$ — перемещение лодки относительно берега (рис. 25).

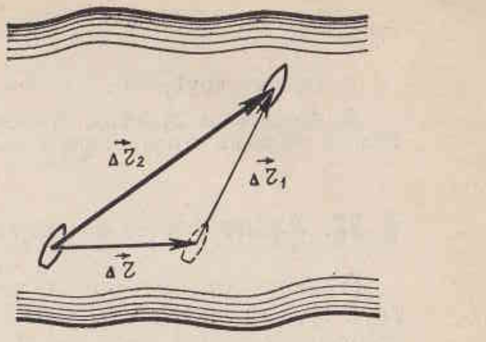


Рис. 25.

Разделив левую и правую части уравнения (1.14) на Δt, получим:

$$\frac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t} + \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

Но отношения перемещений к интервалам времени равны скоростям. Поэтому

$$\boxed{\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}.} \qquad (1.15)$$

Скорости складываются геометрически, как и все другие векторы.

Мы получили простой и замечательный результат, который вследствие своей важности называется законом сложения скоростей. **Если тело движется относительно некоторой системы отсчета K_1 со скоростью $\vec{v}_1$ и сама система отсчета K_1 движется относительно другой системы K_2 со скоростью $\vec{v}$, то скорость тела относительно второй системы отсчета равна геометрической сумме скоростей $\vec{v}_1$ и $\vec{v}$** (рис. 26). Причем закон сложения скоростей справедлив и для неравномерного движения. В этом случае складываются мгновенные скорости.

Как и любое векторное уравнение, уравнение (1.15) представляет собой для движения на плоскости компактную запись двух уравнений для сложения проекций скоростей:

$$\begin{aligned} v_{2x} &= v_{1x} + v_x, \\ v_{2y} &= v_{1y} + v_y. \end{aligned} \qquad (1.16)$$

Проекции скоростей складываются алгебраически.

Рассмотрим пример. Если скорость лодки относительно воды перпендикулярна к берегу и равна 4 *м/сек*, то $v_{1y} = 4$ *м/сек* и $v_{1x} = 0$. Кроме того, если модуль скорости течения $|\vec{v}|$ реки равен 3 *м/сек*, то $v_x = 3$ *м/сек* и $v_y = 0$. (Предполагается, что координатные оси выбраны так, как показано на рисунке 24: оси O_1X_1 и O_2X_2 параллельны берегу, а оси O_1Y_1, O_2Y_2 перпендикулярны ему.) Тогда модуль скорости лодки относительно берега находится так:

$$v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} = \sqrt{(v_{1x} + v_x)^2 + (v_{1y} + v_y)^2} = 5 \text{ м/сек}.$$

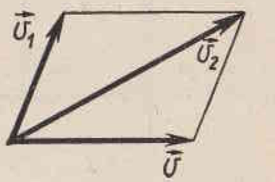


Рис. 25.

Вопросы

1. Сформулируйте закон сложения скоростей.

2. Автомобиль движется со скоростью $\vec{v}$ относительно земли. Какова скорость земли относительно автомобиля?

§ 12. Разложение векторов на составляющие

Подобно тому как любое число можно записать в виде суммы двух других чисел, так и любой вектор можно представить как сумму двух других векторов. Такая операция противоположна сложению векторов. Поэтому она называется *разложением вектора на составляющие*.

Математически задача разложения вектора на составляющие, т. е. представление его в виде суммы двух векторов, может быть решена бесконечным числом способов[1]. Так, например, вектор $\vec{a}$ можно представить как сумму двух взаимно перпендикулярных векторов $\vec{b}_1$ и $\vec{c}_1$, направленных по вертикали и горизонтали (рис. 27,*а*). Векторы $\vec{b}_1$ и $\vec{c}_1$ называются *составляющими векторами*. Составляющие векторы могут образовывать друг с другом произвольный угол (рис. 27,*б*). Разложение вектора $\vec{a}$ на две составляющие производится по правилу параллелограмма. Разлагаемый вектор $\vec{a}$ служит диагональю параллелограмма, а составляющие векторы являются сторонами параллелограмма, идущими вдоль заданных направлений.

[1] Можно разложить вектор и на число составляющих, больше двух. Но при изучении движения на плоскости достаточным является разложение на две составляющие.

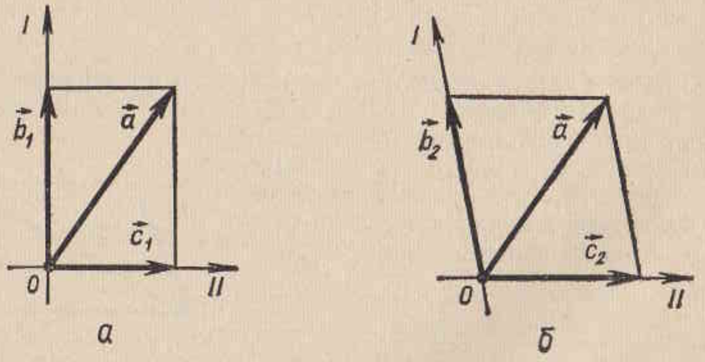


Рис. 27.

Какую пользу можно извлечь из операции разложения векторов при изучении движения? Приведем пример. Пусть нам известен вектор скорости $\vec{v}$ лодки относительно берега и надо определить, за какое время лодка переплывет реку определенной ширины. Для решения такой задачи нужно знать составляющую $\vec{v}_1$ скорости лодки, перпендикулярную к берегу, так как именно она показывает, как быстро лодка перемещается от одного берега к другому (рис. 28). Эта составляющая и определит время, в течение которого лодка пересечет реку. Величина составляющей $\vec{v}_2$, направленная вдоль течения, совершенно не оказывает влияния на это время; она определяет лишь расстояние, на которое лодку снесет вдоль берега.

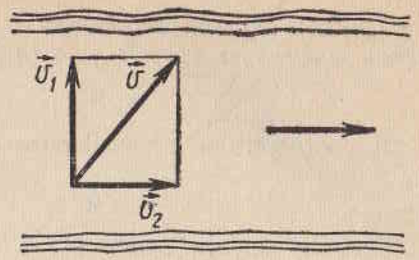


Рис. 28.

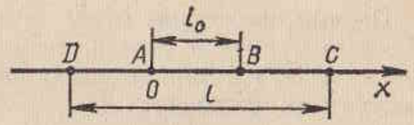


Рис. 29.

Следовательно, для нахождения искомого времени необходимо скорость лодки относительно берега разложить на две составляющие по указанным двум направлениям.

Вопросы

1. Сколькими способами можно разложить вектор на составляющие?

2. Можно ли рассматривать векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (рис. 18) как составляющие вектора $\vec{c}$?

§ 13. Примеры решения задач

З а д а ч а 1. Из пунктов A и B, расстояние между которыми $l_0 = 20$ *км*, одновременно начали двигаться навстречу друг другу равномерно по прямому шоссе два автомобиля. Скорость первого автомобиля $v_1 = 50$ *км/ч*, а скорость второго автомобиля $v_2 = 60$ *км/ч*. Определить положение автомобилей относительно пункта A спустя время $t = 0{,}5$ *ч* после начала движения и расстояние l между автомобилями по прошествии этого времени. Найти пути s_1 и s_2, пройденные каждым автомобилем за время t.

Р е ш е н и е. Примем пункт A за начало координат и направим координатную ось OX в сторону пункта B (рис. 29). Движение автомобилей будет описываться уравнениями

$$x_1 = x_{01} + v_{1x}t,$$
$$x_2 = x_{02} + v_{2x}t.$$

Так как первый автомобиль движется в положительном направлении оси OX, а второй — в отрицательном, то

$$v_{1x} = v_1, \quad v_{2x} = -v_2.$$

В соответствии с выбранным началом координат

$$x_{01} = 0, \quad x_{02} = l_0.$$

Поэтому спустя время t

$$x_1 = v_1 t = 25 \ км, \quad x_2 = l_0 - v_2 t = -10 \ км.$$

Первый автомобиль будет находиться в точке C на расстоянии 25 *км* от пункта A справа, а второй — в точке D на расстоянии 10 *км* слева. Расстояние между автомобилями будет равно модулю разности их координат:

$$l = |x_2 - x_1| = 35 \ км.$$

Пройденные пути равны:

$$s_1 = v_1 t = 25 \ км,$$

$$s_2 = v_2 t = 30 \ км.$$

З а д а ч а 2. Координаты точки при равномерном прямолинейном движении в плоскости XOY за время $\Delta t = 2$ *сек* изменились от значений $x_1 = 5$ *м*, $y_1 = 7$ *м* до значений $x_2 = -3$ *м*, $y_2 = 1$ *м*.

Найдите проекции v_x и v_y вектора скорости точки на координатные оси и его модуль v. Изобразите вектор скорости на рисунке.

Р е ш е н и е. При равномерном прямолинейном движении точки проекции ее скорости на оси координат и модуль вектора скорости находятся так:

$$v_x = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = -4 \ м/сек; \quad v_y = \frac{y_2 - y_1}{\Delta t} = -3 \ м/сек;$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 5 \ м/сек.$$

Положения точки в начальный и конечный моменты времени, ее траектория и вектор скорости изображены на рисунке 30.

З а д а ч а 3. Два поезда движутся равномерно друг за другом. Скорость первого 80 *км/ч*, а второго 60 *км/ч*. Какова скорость второго поезда относительно первого?

Р е ш е н и е. Обозначим скорость первого поезда относительно земли через $\vec{v}$, а скорость второго поезда относительно земли через $\vec{v}_2$. Тогда согласно закону сложения скоростей (1.15)

$$\vec{v}_2 = \vec{v} + \vec{v}_1,$$

где $\vec{v}_1$ — искомая скорость второго поезда относительно первого.

Отсюда

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 - \vec{v}.$$

Это сложение скоростей показано на рисунке 31. Из рисунка видно, что скорость $\vec{v}_1$ второго поезда относительно первого направлена в сторону, противоположную направлению движения поездов, и второй поезд удаляется от первого. Модуль вектора относительной скорости определяется так:

$$v_1 = v - v_2 = 20 \ км/ч.$$

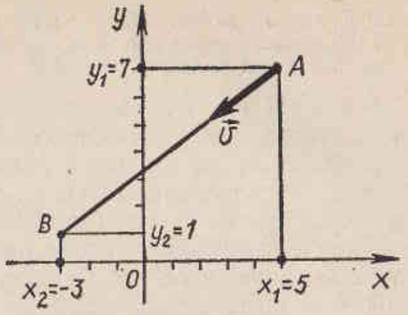


Рис. 30.

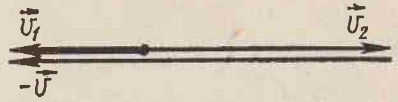


Рис. 31.

З а д а ч а 4. Скорость течения реки $v = 1{,}5$ *м/сек*. Каков модуль скорости v_1 катера относительно воды, если катер движется перпендикулярно к берегу со скоростью $v_2 = 2$ *м/сек* относительно него?

Р е ш е н и е. Согласно закону сложения скоростей (1.15)

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}.$$

Отсюда скорость катера относительно воды

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 - \vec{v}.$$

Векторное сложение скоростей $-\vec{v}$ и $\vec{v}_2$ показано на рисунке 32.

Так как полученный треугольник скоростей прямоугольный, то

$$v_1 = \sqrt{v_2^2 + v^2} = 2{,}5 \ м/сек.$$

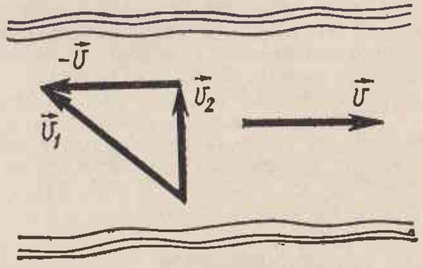


Рис. 32.

З а д а ч а 5. Вверх по реке на весельной лодке плывет рыбак. Проплывая под мостом рыбак уронил удочку но заметил это лишь полчаса спустя. Он повернул назад и нагнал удочку на расстоя-

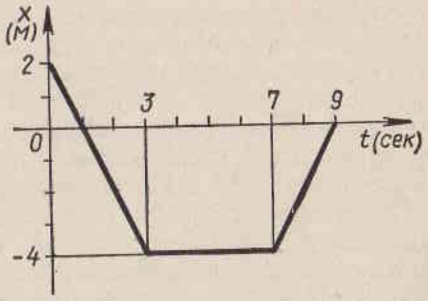


Рис. 33.

нии 1,5 *км* от моста. Чему равна скорость течения реки, если рыбак греб одинаково интенсивно как при движении вверх (против течения), так и при движении вниз (по течению)?

Р е ш е н и е. Время движения удочки по течению находится очень просто, если удачно выбрать систему отсчета. В данном случае систему отсчета лучше всего связать с водой в реке (в частности, с плывущей по течению удочкой). В этой системе отсчета скорость лодки при движении против течения и по течению (скорость лодки относительно воды) одинакова, так как рыбак все время греб с одинаковой интенсивностью. Поэтому если рыбак полчаса удалялся от удочки, то он также полчаса будет ее догонять. Следовательно, удочка плыла по течению 1 *ч* и проплыла за это время 1,5 *км*. Поэтому скорость течения реки равна 1,5 *км/ч* (разумеется, уже в системе отсчета, связанной с землей).

Упражнение 1

1. При движении вдоль прямой координата точки изменилась за 5 *сек* от значения $x_1 = 10$ *м* до значения $x_2 = -10$ *м*. Найдите модуль и направление скорости точки.
2. На рисунке 33 изображен график координаты точки, движущейся вдоль оси OX. Каков характер движения точки? Постройте графики изменения модуля и проекции скорости в зависимости от времени.
3. Из пунктов, отстоящих друг от друга на расстоянии 90 *км*, одновременно выехали два автобуса со скоростями 60 *км/ч* и 30 *км/ч*, направленными вдоль прямого шоссе, соединяющего эти пункты. Через сколько времени автобусы встретятся, если они движутся равномерно?
4. Какую скорость относительно воды должен сообщить мотор катеру, чтобы при скорости течения реки, равной 2 *м/сек*, катер двигался перпендикулярно к берегу со скоростью 3,5 *м/сек*?

§ 14. Ускорение

При движении любых тел их скорости обычно меняются либо по модулю, либо по направлению, либо же одновременно и по модулю, и по направлению. Так, например, скорость шайбы, скользящей по льду, уменьшается с течением времени до полной остановки шайбы. Если взять в руки камень и разжать пальцы, то при падении камня его скорость быстро нарастает (рис. 34). Скорость любой точки окружности точила при неизменном числе оборотов в единицу времени меняется только по направлению, оставаясь постоянной по модулю (рис. 35). Если бросить камень под углом к горизонту, то его скорость будет меняться и по модулю, и по направлению.

Изменение скорости тела может происходить и очень быстро (движение пули в канале ствола при выстреле из винтовки), и сравнительно медленно (движение поезда при его отправлении от вокза ла). Величину, характеризующую быстроту изменения скорости, называют *ускорением*.

Рис. 34.

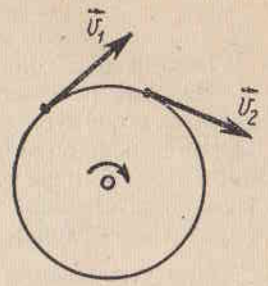


Рис. 35.

Ускорение — важнейшая физическая величина. Наш мир таков, что **действия одних тел на другие определяют не скорости тел, а быстроту изменения скоростей, т. е. ускорения.** Об этом уже говорилось в курсе физики 6 класса и об этом же очень подробно будет сказано дальше, при изучении динамики. Пока же дадим точное определение того, что называется ускорением точки.

После того как много внимания было уделено определению вектора скорости, вам уже проще будет понять, что такое ускорение.

Вектор средней скорости равен отношению вектора перемещения $\vec{\Delta r}$ (изменения радиус-вектора $\vec{r}$) к интервалу времени Δt, за который это перемещение произошло, а **вектор среднего ускорения есть величина, равная отношению вектора изменения скорости $\vec{\Delta v}$ к интервалу времени Δt, за который произошло изменение скорости.**

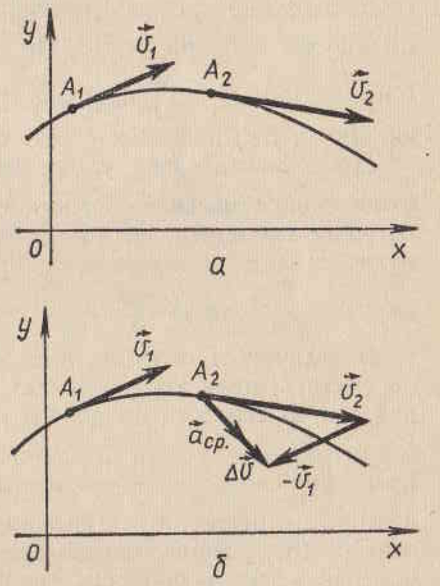


Рис. 36.

Поясним определение среднего ускорения. Пусть точка движется по криволинейной траектории (рис. 36,*а*). За промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ она перейдет из положения A_1 в положение A_2. При этом ее скорость изменится. Обозначим начальную и конечную скорости через $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. Изменение скорости за время Δt равно $\vec{\Delta v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. На рисунке 36,*б* проведено геометрическое вычитание векторов скоростей и построен вектор $\vec{\Delta v}$.

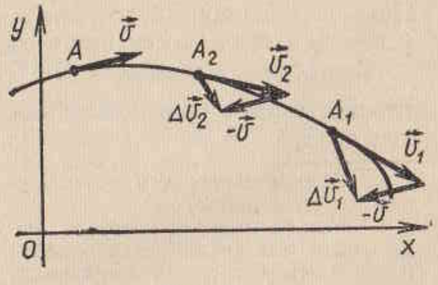


Рис. 37.

Среднее ускорение за время Δt равно:

$$\vec{a}_{ср} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Вектор $\vec{a}_{ср}$ совпадает по направлению с вектором $\Delta \vec{v}$.

Подобно тому как вектор средней скорости играет преимущественно вспомогательную роль, вектор среднего ускорения также не является основным понятием. Нужно научиться определять ускорение в каждой точке траектории. Это ускорение называют *мгновенным*. Именно мгновенное ускорение тела, как вы увидите впоследствии, определяется действием на данное тело окружающих тел.

При уменьшении интервала времени Δt изменения скорости $\Delta \vec{v}$ уменьшаются по модулю и меняются по направлению (рис. 37). Соответственно средние ускорения $\frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t_1}$, $\frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t_2}$, $\frac{\Delta \vec{v}_3}{\Delta t_3}$ ... также меняются по модулю и направлению. Но по мере приближения интервала Δt к нулю отношение $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ приближается к определенному предельному значению. Это предельное значение и есть мгновенное ускорение[1].

Итак, **мгновенным ускорением называется величина, равная отношению изменения скорости $\Delta \vec{v}$ к интервалу времени Δt, в течение которого это изменение произошло, если интервал Δt стремится к нулю:**

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \text{ при условии, что } \Delta t \to 0. \qquad (1.17)$$

В отличие от скорости направление вектора ускорения нельзя определить, зная только траекторию движения тела. В то время как вектор скорости направлен по касательной к траектории, вектор мгновенного ускорения совпадает по направлению с вектором $\Delta \vec{v}$ изменения скорости за бесконечно малый интервал времени. Модуль вектора $\Delta \vec{v}$ надо считать бесконечно малым, но направление этого вектора будет вполне определенным. Оно зависит как от быстроты изменения модуля скорости, так и от быстроты изменения ее направления. В дальнейшем на простых примерах мы увидим, как можно определить направление ускорения при криволинейном движении. Пока же надо понять, что при данном направлении скорости вектор ускорения тела может иметь любое направление.

Векторное выражение (1.17) эквивалентно для движения на плоскости двум уравнениям для проекций вектора $\vec{a}$ на координатные оси[2]:

[1] В дальнейшем для краткости мгновенное ускорение будем называть просто ускорением.

[2] Можно было бы сначала рассмотреть ускорение при прямолинейном движении, как это мы делали, вводя понятие скорости. Но теперь, когда понятие вектора скорости известно, в таком более детальном изложении нет нужды.

$$\left.\begin{aligned} a_x &= \frac{\Delta v_x}{\Delta t}, \\ a_y &= \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \end{aligned}\right\} \text{— при условии, что } \Delta t \to 0. \qquad (1.18)$$

Измерение ускорения в данной точке путем нахождения изменения скорости при переходе тела в близкую точку — задача настолько трудная, что ее на практике и не пытаются решать.

Ускорение измеряют не прямо на основе его определения, а косвенно, используя законы динамики.

В заключение предвосхитим вопрос, который у многих из вас может возникнуть. Ускорение тоже может меняться. Не следует ли ввести величину, характеризующую быстроту изменения ускорения?

Конечно, такую величину ввести можно, но в этом нет никакой нужды. Дело в том, что взаимодействие тел в нашем мире определяет быстроту изменения скорости, а не быстроту изменения ускорения. Поэтому знать ускорение нам необходимо, чтобы вычислить скорость и положение тела, а знание быстроты изменения ускорения ничего нового нам не даст.

Вопросы

1. Что называется ускорением?
2. Куда направлено ускорение при прямолинейном движении, если модуль скорости увеличивается? уменьшается?
3. Тело движется по криволинейной траектории с постоянной по модулю скоростью. Имеет ли тело ускорение?
4. Может ли тело иметь ускорение, если его скорость в данный момент равна нулю?

Глава II

ДВИЖЕНИЕ С ПОСТОЯННЫМ УСКОРЕНИЕМ

§ 15. Движение с постоянным ускорением. Единицы ускорения

Простой случай неравномерного движения — это движение с постоянным ускорением, при котором модуль и направление вектора ускорения не меняются со временем. Особенно простым случаем неравномерного движения является прямолинейное неравномерное движение: скорость меняется только по модулю, сохраняя постоянное направление. Приблизительно с постоянным ускорением движется автобус или поезд при отправлении в путь и при торможении, скользящая по льду шайба и т. д. Все тела падают на землю также с постоянным ускорением, если влиянием сопротивления воздуха можно пренебречь. В этом мы убедимся в дальнейшем. Пока же займемся изучением того, как меняются скорость и координаты тела, если ускорение тела постоянно. Мы будем изучать в основном именно движение с постоянным ускорением.

При движении с постоянным ускорением вектор скорости за любые равные интервалы времени изменяется одинаково. Если уменьшить интервал времени в два раза, то и модуль вектора изменения скорости также уменьшится в два раза. Ведь за первую половину интервала вектор скорости изменится точно так же, как и за вторую. При этом направление вектора изменения скорости остается неизменным. Отношение изменения скорости к интервалу времени будет одним и тем же для любого интервала времени. Поэтому можно записать:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}. \qquad (2.1)$$

Таким образом, если ускорение постоянно, то его можно истолковать как изменение скорости в единицу времени. Это позволяет установить единицы для измерения модуля ускорения и его проекций. Запишем выражение для модуля ускорения:

$$|\vec{a}| = \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}.$$

Отсюда следует, что модуль ускорения равен единице, если за единицу времени модуль вектора изменения скорости меняется на единицу.

Если время измерено в секундах, а скорость в *м/сек* или в *см/сек*, то

$$1 \text{ единица ускорения} = \frac{1\ м/сек}{1\ сек} = 1\ м/сек^2,$$

$$1 \text{ единица ускорения} = \frac{1\ см/сек}{1\ сек} = 1\ см/сек^2.$$

Эти единицы ускорения называются так: один метр на секу́нду в квадрате и один сантиметр на секунду в квадрате. Если ускорение тела не постоянно и в какое-либо мгновение становится равным 1 *м/сек²*, то это не означает, что за секунду модуль изменения скорости меняется на 1 *м/сек*. В этом случае величина 1 *м/сек²* будет лишь указывать на то, что модуль вектора ускорения равен единице измерения этой величины, т. е. что если бы начиная с данного момента ускорение перестало меняться, то за каждую секунду модуль изменения скорости увеличивался бы на 1 *м/сек*.

Вопросы

1. В каком случае ускорение считается постоянным?
2. Точка движется по криволинейной траектории с ускорением, модуль которого постоянный и равен 2 *м/сек²*. Означает ли это, что за 1 *сек* модуль скорости точки изменяется на 2 *м/сек*?
3. Точка движется с переменным ускорением, которое в некоторый момент времени равно 3 *м/сек²*. Как истолковать это значение ускорения движущейся точки?

§ 16. Скорость тела при движении с постоянным ускорением

Выясним, как изменяется скорость тела при его движении с постоянным ускорением.

Пусть в начальный момент времени $t_0 = 0$ скорость тела равна $\vec{v}_0$. Эту скорость будем называть *начальной скоростью*. Тогда, обозначив скорость в произвольный момент времени t через $\vec{v}$, получим в соответствии с формулой (2.1):

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}. \qquad (2.2)$$

Отсюда

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t.} \qquad (2.3)$$

Векторному уравнению (2.3) соответствуют в случае движения на плоскости два уравнения для проекций скорости на координатные оси OX и OY:

$$\boxed{\begin{aligned} v_x &= v_{0x} + a_x t, \\ v_y &= v_{0y} + a_y t. \end{aligned}} \qquad (2.4)$$

При движении с постоянным ускорением скорость со временем меняется по линейному закону.

Итак, для определения скорости в произвольный момент времени надо знать начальную скорость $\vec{v}_0$ и ускорение $\vec{a}$.

Начальную скорость нужно измерить. Ускорение, как мы увидим в дальнейшем, определяется действиями на данное тело других тел и может быть вычислено.

Начальная скорость зависит не от того, как действуют на данное тело другие тела в рассматриваемый момент времени, а от того, что происходило с телом в предшествующие моменты времени. Например, начальная скорость падающего камня зависит от того, просто ли мы выпустили его из рук или же он попал в данную точку, описав предварительно ту или иную траекторию. Ускорение же, наоборот, не зависит от того, что происходило с телом в предыдущие моменты, а лишь от действий на него других тел в данный момент

Зависимость проекции скорости от времени можно изобразить наглядно с помощью графиков. Если начальная скорость равна нулю, то график зависимости проекции скорости на ось OX от времени имеет вид прямой, выходящей из начала координат. На рисунке 38 представлен этот график для случая $a_x > 0$.

По этому графику можно найти проекцию ускорения на ось OX:

$$a_x = \frac{v_x}{t}, \quad a_x = \frac{30 \text{ м/сек}}{5 \text{ сек}} = 6 \text{ м/сек}^2.$$

Чем больше a_x, тем больший угол с осью времени составляет график проекции скорости. Такого рода зависимость скорости от времени наблюдается при падении тела, покоившегося в начальный момент времени, с некоторой высоты или при движении автомобиля, трогающегося с места.

§ 17. Зависимость координат от времени при движении с постоянным ускорением

В общем случае тело может двигаться по криволинейной траектории (рис. 39). Пусть в начальный момент $t_0 = 0$ тело находилось в точке A_0, а спустя некоторый промежуток времени, в момент t, оно оказалось в точке A. Его начальное положение определяется радиус-вектором $\vec{r}_0$, а конечное — радиус-вектором $\vec{r}$. Перемещение

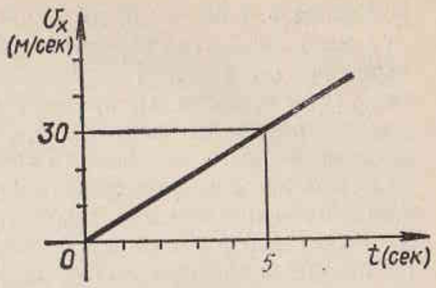


Рис. 38.

тела равно $\Delta\vec{r}$. Как видно из рисунка,

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \Delta\vec{r}. \qquad (2.5)$$

Значит, для нахождения положения тела в любой момент времени надо знать его начальное положение, определяемое $\vec{r}_0$, и премещение $\Delta\vec{r}$.

Для движения на плоскости векторное равенство (2.5) эквивалентно двум равенствам для проекций векторов на координатные оси:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \Delta x, \\ y &= y_0 + \Delta y. \end{aligned} \qquad (2.6)$$

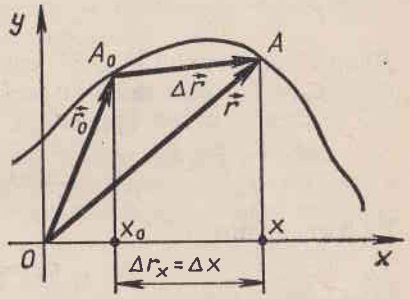


Рис. 39.

Очевидно, что для нахождения координат x и y движущейся точки надо знать ее начальные координаты x_0 и y_0 и уметь находить изменения координат Δx и Δy за время движения. В случае, когда проекции ускорения на оси координат постоянны, задача может быть решена с помощью графиков зависимости проекций скорости от времени.

На рисунке 40 представлен график зависимости v_x от t для движения с постоянным ускорением, причем $a_x > 0$ и $v_{0x} > 0$.

Покажем, что в этом случае Δx, т. е. изменение координаты x за время t, численно равно площади трапеции $OABC$. (При равномерном прямолинейном движении изменение координаты численно равно площади соответствующего прямоугольника, см. § 5.)

Длина отрезка OC численно равна времени t движения тела.

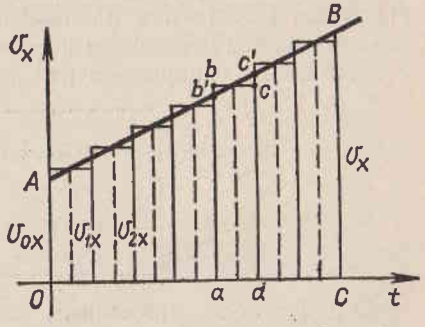


Рис. 40.

Разделим его на n малых одинаковых промежутков Δt. Значения проекций скорости в серединах этих промежутков времени обозначим через $v_{1x}, v_{2x}, v_{3x}, \ldots$ Построим на каждом из отрезков, равных промежуткам времени Δt, прямоугольники, высоты которых численно равны проекциям скоростей $v_{1x}, v_{2x}, v_{3x}, \ldots$ Площади этих прямоугольников равны изменениям координаты $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \ldots$ за промежутки времени продолжительностью Δt, если считать, что движение в течение каждого такого промежутка является равномерным. Это будет соблюдаться тем более точно, чем меньше интервалы Δt. Но площадь каждого малого прямоугольника $abcd$ равна площади малой трапеции $ab'c'd$. Поэтому площади малых трапеций численно равны $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \ldots$ за промежутки времени Δt. Сумма площадей всех трапеций даст численное значение изменения координаты Δx за все время движения t. Эта сумма равна площади трапеции $OABC$. Следовательно, площадь трапеции $OABC$ численно равна проекции перемещения тела за время t.

$$\Delta x = \text{пл. } OABC \text{ (численно).}$$

Длины оснований OA и BC этой трапеции численно равны проекциям v_{0x} и v_x начальной и конечной скоростей, а длина высоты OC численно равна времени t движения тела. Следовательно,

$$\Delta x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t.$$

Учитывая, что

$$v_x = v_{0x} + a_x t,$$

получим:

$$\Delta x = \frac{v_{0x} + v_{0x} + a_x t}{2} t = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Мы вывели эту формулу для случая, когда $v_{0x} > 0$ и $a_x > 0$ Можно показать, что она справедлива и в том случае, когда одна из величин v_{0x}, a_x или обе они отрицательны.

Проекцию перемещения на ось OY можно найти точно таким же способом. Подставляя найденные значения проекций перемещения в формулы (2.6), получим выражения для координат при движении с постоянным ускорением как функции времени:

$$\boxed{\begin{aligned} x &= x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}, \\ y &= y_0 + v_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2}. \end{aligned}} \qquad (2.7)$$

Эти формулы применимы как для описания прямолинейного движения тела (в этом случае целесообразно ось OX направить по

прямой, вдоль которой движется тело), так и для криволинейного. Важно лишь, чтобы ускорение было постоянным.

Двум уравнениям (2.7) соответствует одно векторное уравнение:

$$\boxed{\vec{r} + \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}.} \qquad (2.8)$$

§ 18. Примеры решения задач

Задача 1. Ударом клюшки хоккейной шайбе сообщили скорость 20 *м/сек*. Через 2 *сек* скорость шайбы, движущейся прямолинейно, стала равной 16 *м/сек*. Найти ускорение шайбы, считая его постоянным.

Решение. Так как шайба движется прямолинейно, то координатную ось OX можно ориентировать в направлении движения шайбы (рис. 41). Если ускорение постоянно, то согласно уравнению (2.4) проекция ускорения на ось OX равна:

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t} = \frac{v - v_0}{t} = -2 \ \text{м/сек}^2,$$

где v и v_0 — модули конечной и начальной скоростей шайбы.

Знак минус указывает на то, что вектор ускорения направлен в сторону, противоположную положительному направлению оси OX. Модуль же ускорения равен:

$$a = |a_x| = 2 \ \text{м/сек}^2.$$

Задача 2. Автомобиль, имевший скорость $v_0 = 20$ *м/сек*, стал двигаться равнозамедленно вдоль прямой с постоянным ускорением, модуль которого $a = 2{,}5$ *м/сек*². Через какое время t_1 автомобиль остановится? Какова скорость автомобиля спустя время $t_2 = 4$ *сек* после начала движения?

Решение. Совместим ось OX с траекторией автомобиля. За положительное направление оси OX примем направление, противоположное направлению вектора начальной скорости (рис. 42). Выбор положительного направления оси произволен. Вектор ускорения $\vec{a}$ направлен против вектора $\vec{v}_0$, его направление должно совпадать с $\Delta\vec{v}$.

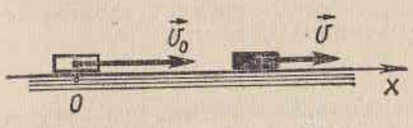


Рис. 41.

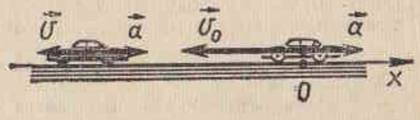


Рис. 42.

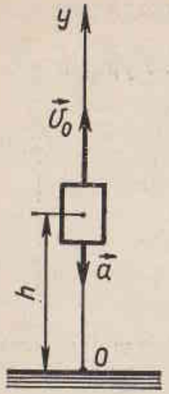


Рис. 43.

Найдем время движения автомобиля, воспользовавшись формулой для проекции скорости:

$$v_x = v_{0x} + a_x t.$$

Очевидно, что $v_{0x} = -v_0$, $a_x = a$. Поэтому

$$v_x = -v_0 + at.$$

Так как в момент $t = t_1$ автомобиль останавливается ($v_{1x} = 0$), то

$$-v_0 + at_1 = 0.$$

Отсюда

$$t_1 = \frac{v_0}{a} = 8 \text{ сек.}$$

По истечении же времени $t_2 = 4$ *сек* после начала торможения

$$v_{2x} = -v_0 + at_2 = -10 \text{ м/сек.}$$

Это значит, что автомобиль движется в отрицательном направлении оси OX со скоростью, модуль которой равен:

$$v_2 = |v_{2x}| = 10 \text{ м/сек.}$$

Задача 3. Проезжая перекрытие между первым и вторым этажами здания, лифт имел скорость $v_0 = 4$ *м/сек*. Далее он поднимался с постоянным ускорением $a = 2$ *м/сек*^{2}, направленным вниз. Через время $t = 2$ *сек* лифт остановился. Высота каждого этажа $h = 4$ *м*. На какой высоте H считая от пола первого этажа, остановился лифт?

Решение. Ось координат OY направим вертикально вверх, а ее начало совместим с полом первого этажа (рис. 43). Тогда $y_0 = h$, $v_{0y} = v_0$, $a_y = -a$ и $y = H$.

Координата лифта меняется по закону:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

Отсюда

$$H = h + v_0 t - \frac{at^2}{2} = 8 \text{ м.}$$

Упражнение 2

1. Докажите, что при равноускоренном[1] движении без начальной скорости пути, проходимые телом за равные последовательные промежутки времени, относятся между собой как ряд нечетных чисел, т. е. что

$$s_1 : s_2 : s_3 \ldots = 1 : 3 : 5 \ldots$$

[1] Равноускоренным называется прямолинейное движение, при котором модуль скорости за любые равные промежутки времени увеличивается на одну и ту же величину.

2. Тело при равноускоренном движении без начальной скорости прошло путь 32 *см*. Разделите этот путь на такие четыре части, чтобы на прохождение каждой из них потребовалось одно и то же время.

3. Координата точки, движущейся прямолинейно вдоль оси OX, меняется со временем по закону: $x = 11 + 35t + 41t^2$ (координата x измеряется в сантиметрах, а t — в секундах). Определите начальную скорость v_0 и ускорение a.

4. Достигнув скорости 72 *км/ч*, поезд стал двигаться равнозамедленно с ускорением 0,5 *м/сек*^{2}. Через сколько секунд его скорость уменьшится в четыре раза?

§ 19. Свободное падение тел

Наиболее распространенный вид движения с постоянным ускорением — это свободное падение тел.

При падении любого тела на землю из состояния покоя его скорость увеличивается. Ускорение, сообщаемое телам земным шаром, направлено вертикально вниз. Долгое время считали, что Земля сообщает разным телам различные ускорения. Простые наблюдения как будто подтверждают это. Птичье перо или лист бумаги падают гораздо медленнее, чем камень. Вот почему со времени Аристотеля (греческого ученого, жившего в IV в. до н. э.) считалось незыблемым мнение, что ускорение, сообщаемое Землей телу, тем больше, чем тяжелее тело.

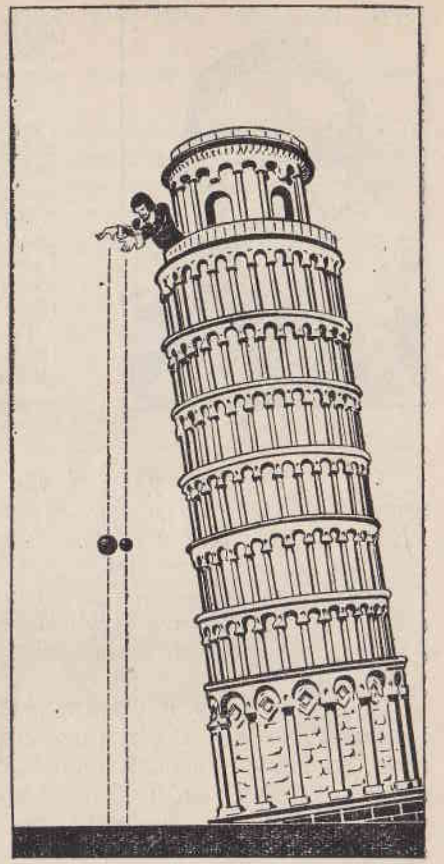


Рис. 44.

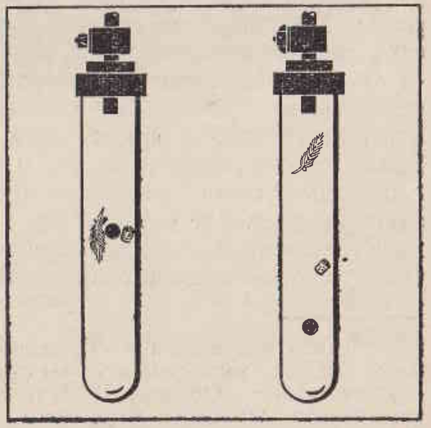


Рис. 45.

Галилео Галилей (1564—1642) —великий итальянский физик и астроном, впервые применивший экспериментальный метод исследования в науке.

Галилей открыл принцип относительности, ввел понятие инерции, исследовал законы падения тел и движения тел по наклонной плоскости, предложил применять маятник для измерения времени.

Впервые в истории человечества с помощью изготовленной им зрительной трубы Галилей открыл горы на Луне, спутники Юпитера, звездное строение Млечного Пути, пятна на Солнце, фазы Венеры.

Галилей развил запрещенное в те времена церковью учение Коперника о движении Земли, за что в 1633 г. был осужден римским католическим судом.

Только Галилею удалось опытным путем доказать, что в действительности это не так. Нужно учитывать сопротивление воздуха. Именно оно искажает картину свободного падения тел, которую можно было наблюдать в отсутствие земной атмосферы.

Наблюдая падение со знаменитой наклонной Пизанской башни (рис. 44) разных тел (пушечное ядро, мушкетная пуля и т. д.), Галилей доказал, что земной шар сообщает всем телам одно и то же ускорение.

Особенно прост и убедителен опыт с так называемой трубкой Ньютона (рис. 45). В стеклянную трубку помещают различные предметы: дробинки, кусочки пробки, пушинки и т. д. Если теперь перевернуть трубку так, чтобы эти предметы могли падать, то быстрее всего промелькнет дробинка, за ней кусочки пробки и, наконец, плавно опустится пушинка. Но если выкачать из трубки воздух, то все произойдет совершенно иначе: пушинка будет нестись, не отставая от дробинки и пробки. Значит, ее движение задерживалось ранее сопротивлением воздуха, которое в меньшей степени сказывалось на движении, например, пробки. Когда же на эти тела действует только притяжение к Земле, то все они падают с одним и тем же ускорением. Конечно, на основании данного опыта еще нельзя утверждать, что ускорение всех тел под действием притяжения Земли строго одинаково. Но и более тонкие опыты, проведенные с помощью самой совершенной современной экспериментальной техники, приводят к таким же результатам[1].

Итак, земной шар сообщает всем без исключения телам одно и то же ускорение. Если сопротивление воздуха отсутствует, то вблизи поверхности Земли ускорение падающего тела постоянно. Этот факт впервые был установлен Галилеем.

[1] Опыты, поставленные в последнее время, столь точны, что если бы отношение разности ускорений двух тел g_1 и g_2 к величине одного из этих ускорений составляло всего лишь 10^{-13}, то это все равно было бы замечено. Эти рекордные по точности результаты были получены советским физиком В. Б. Брагинским.

Движение тела только под влиянием притяжения к Земле называют свободным падением.

Соответственно и ускорение, сообщаемое всем телам земным шаром, называют *ускорением свободного падения*. Его модуль мы будем обозначать буквой g. Свободное падение не обязательно представляет собой движение вниз. Если начальная скорость направлена вверх, то тело при свободном падении некоторое время будет лететь вверх, уменьшая свою скорость, и лишь затем начнет падать вниз.

Ускорение свободного падения несколько изменяется в зависимости от географической широты места на поверхности Земли. (Причины этого будут выяснены дальше.) Но в одном и том же месте оно одинаково для всех тел[1].

На широте Москвы измерения дают следующее значение ускорения свободного падения: $g \approx 9{,}82$ *м/сек*^{2}. Вообще же на поверхности Земли g меняется в пределах от 9,78 *м/сек*^{2} на экваторе до 9,83 *м/сек*^{2} на полюсе. Впрочем, при решении многих задач можно считать ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли равным 9,8 *м/сек*^{2} или даже более грубо 10 *м/сек*^{2}.

При падении тел в воздухе на их движение влияет сопротивление воздуха. Поэтому ускорение тел не равно g. Но когда движутся сравнительно массивные тела с небольшими скоростями (камень, спортивное ядро и т. д.), сопротивление воздуха влияет незначительно и движение тел можно рассматривать как свободное падение. Лишь при больших скоростях (снаряд, пуля и т. д.) сопротивление воздуха существенно и его влиянием нельзя пренебречь.

Вопросы

1. Что называется свободным падением тел?
2. Каково ускорение при свободном падении?
3. Тело, брошенное под углом к горизонту, движется по криволинейной траектории. Является ли при этом движении ускорение постоянным? Сопротивление воздуха не учитывать.

§ 20. Прямолинейное движение с ускорением свободного падения

1. Сначала рассмотрим свободное падение в случае, когда начальная скорость тела равна нулю. Ускорение свободного падения $\vec{g}$ направлено вертикально вниз. Поэтому и вектор скорости $\vec{v} = \vec{g}t$ также будет направлен вниз в любой момент времени после

[1] На самом деле g незначительно меняется в зависимости от высоты над уровнем моря.

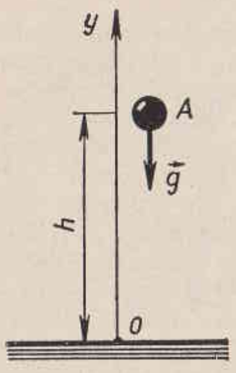


Рис. 46.

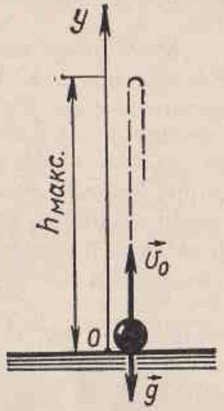


Рис. 47.

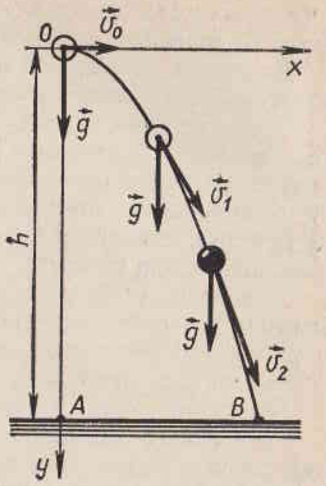


Рис. 48.

начала движения. Следовательно, движение тела будет прямолинейным[1]. Для описания движения достаточно выбрать одну координатную ось, например OY, направленную вертикально вверх. За начало координат удобно взять точку на поверхности земли (рис. 46).

Движение тела, например мяча, выпущенного из рук, полностью описывается двумя уравнениями:

$$y = y_0 + \frac{a_y t^2}{2} \text{ и } v_y = a_y t. \qquad (2.9)$$

Учитывая, что $a_y = -g$ и $y_0 = h$ (начальная высота тела над поверхностью земли), можно уравнения (2.9) переписать так:

$$y = h - \frac{gt^2}{2} \text{ и } v_y = -gt. \qquad (2.10)$$

Найдем время падения t_1. В момент падения на землю $y = 0$. Поэтому первое уравнение системы (2.10) принимает вид:

$$h - \frac{gt_1^2}{2} = 0. \qquad (2.11)$$

Отсюда

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

[1] Здесь и в дальнейшем будем считать, что сопротивление воздуха не оказывает заметного влияния на движение тела.

Подставив это выражение во второе уравнение системы (2.10), найдем проекцию скорости тела, падающего с высоты h, в момент его удара о землю:

$$v_{1y} = -\sqrt{2gh}.$$

Ясно, что модуль скорости в момент достижения телом земли равен:

$$v_1 = \sqrt{2gh}. \qquad (2.12)$$

2. В качестве второго примера рассмотрим свободное падение тела, брошенного вертикально вверх с поверхности земли. В этом случае вектор скорости находится по формуле

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t.$$

Так как векторы $\vec{v}_0$ и $\vec{gt}$ в любой момент времени лежат на одной вертикали, то и вектор $\vec{v}$, являясь их суммой, лежит на той же вертикали. Следовательно, как и в первом примере, траектория тела — вертикальная прямая. Если пользоваться той же системой отсчета, что и в первом примере (рис. 47), и принять во внимание, что $y_0 = 0$, то уравнения для координаты тела и проекции его скорости запишутся так:

$$y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}, \quad v_y = v_0 - gt. \qquad (2.13)$$

Тело, например мяч, сначала движется равнозамедленно вверх, достигает максимальной высоты $h_{макс}$, а затем — равноускоренно вниз.

Время полета t_2 найдется из условия, что в момент достижения телом земли координата y снова становится равной нулю:

$$v_0 t_2 - \frac{gt_2^2}{2} = 0. \qquad (2.14)$$

Отсюда

$$t_2 = \frac{2v_0}{g}.$$

Нетрудно доказать, что время подъема равно времени падения вниз. Действительно, в самой верхней точке траектории скорость равна нулю. Поэтому время подъема t_3 определяется из условия

$$v_0 - gt_3 = 0.$$

Следовательно,

$$t_3 = \frac{v_0}{g} = \frac{t_2}{2}. \qquad (2.15)$$

Значит, и время падения тоже равно $\frac{t_2}{2}$.

Найдем теперь максимальную высоту подъема. Так как время подъема равно t_3, то высоту подъема можно найти из первого уравнения системы (2.13), если заменить t значением $t_3 = \frac{v_0}{g}$:

$$h_{макс} = v_0 t_3 - \frac{g t_3^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g}. \qquad (2.16)$$

Скорость тела в момент падения на землю найдем из второго уравнения системы (2.13), если вместо t подставим полное время движения $t_2 = \frac{2v_0}{g}$:

$$v_{2y} = v_0 - g t_2 = -v_0,$$

$$v_2 = |v_{2y}| = v_0.$$

В момент достижения поверхности земли модуль скорости тела равен модулю начальной скорости бросания.

§ 21. Движение тела, брошенного горизонтально

Рассмотрим теперь более сложный случай, когда начальная скорость свободно падающего тела направлена горизонтально.

Пусть из пружинного пистолета, установленного горизонтально на высоте h над полом, вылетает шарик со скоростью $\vec{v}_0$. Выберем оси координат так, чтобы векторы $\vec{v}_0$ и $\vec{g}$ были расположены в координатной плоскости XOY (рис. 48), а начало координат совпадало с положением шарика в начальный момент времени $t_0 = 0$. Ось OY направим вертикально вниз, а ось OX — горизонтально. В этом случае $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $v_{0x} = v_0$, $v_{0y} = 0$, $a_x = 0$ и $a_y = g$. Движение шарика будет описываться четырьмя уравнениями, определяющими зависимость координат x, y и проекций скорости v_x, v_y от времени.

Уравнения (2.4) и (2.7), справедливые для любого движения с постоянным ускорением, в данном случае запишутся так:

$$v_x = v_0, \quad v_y = gt, \qquad (2.17)$$

$$x = v_0 t, \quad y = \frac{gt^2}{2}. \qquad (2.18)$$

Смысл полученной системы уравнений следующий. Так как проекция ускорения на ось OX равна нулю, то проекция скорости на эту ось не меняется и координата x увеличивается со временем по линейному закону (как и при прямолинейном равномерном движении тела). Но одновременно растет линейно проекция скорости на ось OY (как при прямолинейном равноускоренном падении тела).

Координата y изменяется пропорционально квадрату времени. В результате шарик движется по некоторой криволинейной траектории. Для построения траектории шарика надо по формулам (2.18) найти значение координат x и y для различных моментов времени, а затем по этим значениям координат построить точки и соединить их плавной линией. Получится кривая, изображенная на рисунке 48.

Очень наглядное представление о траектории шарика можно получить, если сфотографировать шарик, освещая его во время падения кратковременными вспышками света, следующими друг за другом через одинаковые интервалы. Полученная таким образом картина движения шарика представлена на рисунке 49. Слева для сравнения показаны положения шарика, начавшего падать вниз без начальной скорости в тот момент, когда началось движение шарика, брошенного горизонтально. Обратите внимание на то, что оба шарика в любой момент времени находятся на одной высоте. Это означает, что их координаты y меняются со временем совершенно одинаково. На изменение координаты y не оказывает никакого влияния смещение шарика в горизонтальном направлении вдоль оси OX. Этот простой, но замечательный факт полностью вытекает из системы уравнений (2.7), описывающей изменение координат при движении в заданной плоскости.

Довольно простой расчет позволит нам получить уравнение, устанавливающее зависимость между координатами y и x тела, брошенного горизонтально и совершающего свободное падение. Такое уравнение называется уравнением траектории. Чтобы получить уравнение траектории, нужно из уравнений (2.18) исключить время. Так как $t = \frac{x}{v_0}$, то

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2. \qquad (2.19)$$

Это и есть уравнение траектории шарика, брошенного горизонтально. Введя обозначение

$$\frac{g}{2v_0^2} = k,$$

получим:

$$y = kx^2. \qquad (2.20)$$

Графиком функции, заданной формулой (2.20), как известно из курса математики, является парабола. Шарик будет двигаться по параболе (точнее, вдоль ветви параболы) с вершиной в точке бросания.

Струя воды, вытекающая под напором из горизонтальной трубки, примет форму параболы, так как каждая частица воды движется по параболе, подобно шарику, вылетающему из пружинного пистолета (рис. 50). В этом можно убедиться, поставив за струей экран с заранее вычерченной параболой. При определенной скорости истечения воды струя будет идти вдоль параболы.

Найдем теперь время движения тела, брошенного горизонтально с высоты h. Координата y меняется по тому же закону, что и в слу-

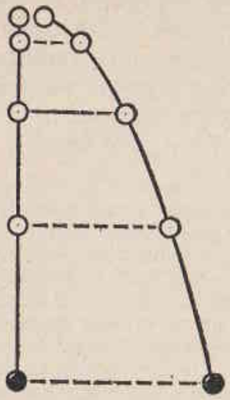


Рис. 49.

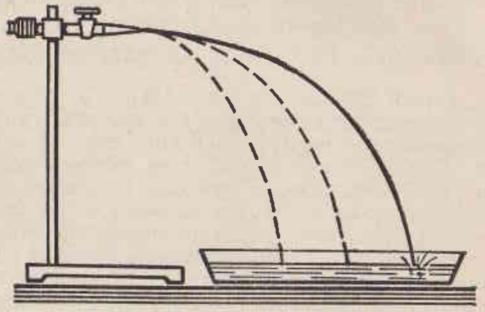


Рис. 50.

чае падения тела без начальной скорости. Поэтому все рассуждения, приведенные в § 20, можно повторить и здесь. Время определяется по формуле

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Дальность полета $|AB|$ (см. рис. 48) шарика легко определяется из первого уравнения системы (2.18) путем подстановки в него значения времени движения t_1:

$$|AB| = v_0 t_1 = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (2.21)$$

Именно этот результат объясняет зависимость расстояния, на которое бьет струя, от начальной скорости.

Используя систему уравнений (2.17), легко найти модуль скорости шарика в любой момент времени:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}. \qquad (2.22)$$

§ 22. Примеры решения задач

Задача 1. Стрела выпущена из лука вертикально вверх со скоростью $v_0 = 30$ *м/сек*. Какова скорость стрелы спустя 4 *сек* после начала полета? На какой высоте в этот момент времени будет находиться стрела? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение. Координатную ось OY направим вертикально вверх, а начало координат выберем в точке запуска стрелы. Тогда

$$h = y = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 40 \text{ м}.$$

Согласно же второму уравнению системы (2.13)

$$v_y = v_0 - gt = -10 \text{ м/сек}.$$

Отрицательный знак проекции скорости означает, что в конце четвертой секунды скорость стрелы направлена противоположно оси OY, т. е. вниз. Следовательно, к этому времени стрела уже пройдет через наивысшую точку подъема.

Модуль скорости стрелы в конце четвертой секунды равен:

$$v = |v_y| = 10 \text{ м/сек}.$$

Задача 2. С высокой башни друг за другом бросают два тела с одинаковыми по модулю скоростями $v_0 = 10$ *м/сек*. Первое тело бросают вертикально вверх, а второе — вертикально вниз спустя время $\tau = 1$ *сек*. Определить расстояние между телами через промежуток времени $t_1 = 2$ *сек* после того, как было брошено первое тело.

Решение. Координатную ось OY направим вертикально вверх, а за начало координат примем вершину башни. Тогда координата первого тела будет меняться со временем в соответствии с первой формулой (2.13):

$$y_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Второе тело брошено вниз, и, следовательно, проекция на ось его начальной скорости равна $-v_0$. Нужно еще учесть, что второе тело начало движение после первого спустя время τ. Поэтому если время движения первого тела равно t, то время движения второго тела составляет $t' = t - \tau$. С учетом этого условия выражение для координаты второго тела в любой момент времени $t \geqslant \tau$ имеет вид:

$$y_2 = -v_0 (t - \tau) - \frac{g(t-\tau)^2}{2}.$$

Расстояние между телами в любой момент времен: $t \geqslant \tau$ равно модулю разности координат y_1 и y_2:

$$l = |y_2 - y_1| = \left| (g\tau - 2v_0) \cdot \left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right|.$$

Искомое расстояние l_1 между телами можно найти, подставив в это выражение вместо t промежуток времени $t_1 = 2$ *сек*:

$$l_1 = 15 \text{ м}.$$

Упражнение 3

1. Какова высота берега реки, если упавший с него камень достигает поверхности воды через 2 *сек*? Какова конечная скорость падения камня?

2. С башни высотой 14 *м* брошен вертикально вверх камень со скоростью 14 *м/сек*. На какую высоту над поверхностью земли он поднимается?

3. На упругую горизонтальную плиту падает покоившийся вначале стальной шарик. После удара о плиту шарик подскакивает на прежнюю высоту. Начертить графики зависимости проекции и модуля скорости шарика от времени. Продолжительностью удара пренебречь.

4. Высота комнаты 4,9 *м*. Сколько времени будет падать шарик от потолка до пола? Какую скорость надо сообщить шарику вниз, чтобы он падал до пола 0,5 *сек*?

5. Камень падает в шахту. Через 6 *сек* слышен стук камня о дно. Определить глубину шахты, считая скорость звука постоянной и равной 330 *м/сек*.

6. Два тела брошены друг за другом вертикально вверх. Второе тело бросают спустя 1 *сек* после первого. В момент бросания скорость первого тела 8 *м/сек*, второго — 5 *м/сек*. На какой высоте над поверхностью земли тела окажутся на одном уровне?

7. Камень брошен вертикально вверх со скоростью 15 *м/сек*. В какие моменты времени он будет находиться на высоте 10 *м*?

8. Тело брошено горизонтально со скоростью 30 *м/сек*. Какой будет его скорость через 4 *сек* полета? На сколько переместится тело по вертикальному и горизонтальному направлениям за это время?

9. Свободно падающее тело последнюю треть своего пути прошло за 1,1 *сек*. Найти высоту и время падения.

Глава III

ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ ПО ОКРУЖНОСТИ. ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ И ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА

§ 23. Равномерное движение по окружности

До сих пор мы изучали движение с постоянным ускорением Теперь рассмотрим один случай движения с переменным ускорением — равномерное движение по окружности, т. е. такое движение по окружности, при котором скорость не меняется по модулю, а изменяется лишь по направлению.

Движение тела по окружности или дуге окружности довольно часто встречается в природе и технике. Приблизительно по окружности движется Луна вокруг Земли, каждая точка земной поверхности движется по окружности вокруг земной оси; дуги окружности описывают самолет во время виража, автомобиль при повороте, поезд на закруглении дороги и т. д. Поэтому знакомство с этим движением имеет большое значение. Правда, мы не будем касаться более общего случая движения по окружности, когда изменяется не только направление скорости, но и ее модуль.

По-прежнему тело будем считать настолько малым, что его можно рассматривать как точку. Для этого размеры тела должны быть много меньше радиуса окружности, по которой оно движется.

Пусть точка в момент времени t занимает положение M, а через интервал времени Δt — положение M_1 (рис. 51). Обозначим скорость в положении M через $\vec{v}$, а в положении M_1 — через $\vec{v}_1$. При равномерном движении $|\vec{v}| = |\vec{v}_1|$. Чтобы найти изменение скорости за время Δt, надо из вектора $\vec{v}_1$ вычесть вектор $\vec{v}$. Разделив вектор $\Delta\vec{v}$ на промежуток времени Δt,получим среднее ускорение точки за этот промежуток времени:

$$\vec{a}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$

При стремлении интервала $\overrightarrow{\Delta t}$ к нулю вектор среднего ускорения стремится в пределе к определенному вектору, называемому вектором мгновенного ускорения (§ 14).

Сначала найдем модуль мгновенного ускорения. Для этого проведем вектор перемещения $\Delta\vec{r}$ и рассмотрим треугольники OMM_1 и M_1AB.

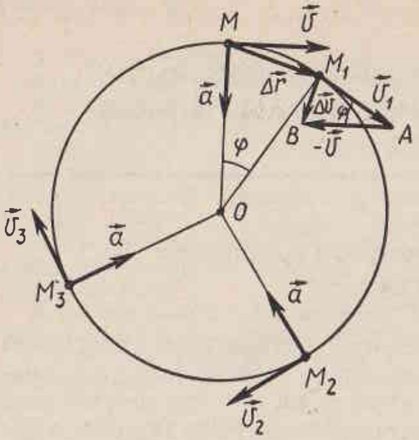


Рис. 51.

Эти треугольники подобны как равнобедренные с равными углами при вершинах. Следовательно,

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{v} = \frac{|\Delta\vec{r}|}{R}.$$

Разделив левую и правую части этого равенства на промежуток времени Δt, получим:

$$\frac{1}{v}\cdot\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}\cdot\frac{1}{R},$$

или

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \frac{v}{R}\cdot\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}. \qquad (3.1)$$

Но

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = a_{ср} \quad \text{и} \quad \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} = v_{ср}.$$

В пределе, при стремлении промежутка времени Δt к нулю, модуль вектора $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ будет не чем иным, как модулем мгновенного ускорения $\vec{a}$, а модуль вектора $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ будет представлять собой модуль вектора мгновенной скорости $\vec{v}$. Тогда равенство (3.1) примет вид:

$$\boxed{a = \frac{v^2}{R}.} \qquad (3.2)$$

Так как v и R постоянны, то модуль вектора ускорения при равномерном движении тела по окружности остается все время неизменным.

Найдем направление вектора ускорения $\vec{a}$. Вектор ускорения направлен так, как направлен в пределе вектор $\Delta\vec{v}$ при стремлении промежутка времени Δt к нулю. Из рисунка видно, что при стремлении интервала Δt к нулю точка M_1 приближается к точке M и угол φ стремится к нулю. Теперь немножко воображения, и вы отчетливо представите себе, что углы при основании равнобедренного треугольника M_1AB стремятся к 90°, а угол между вектором $\Delta\vec{v}$ и радиусом окружности стремится к нулю. Следовательно, в пределе, когда

точка M_1 бесконечно близко подходит к точке M, вектор $\Delta\vec{v}$, а значит, и вектор мгновенного ускорения $\vec{a}$ направлены к центру окружности.

Поэтому ускорение тела при его равномерном движении по окружности называют иногда центростремительным.

Так как в процессе движения тела по окружности ускорение все время направлено по радиусу к центру, то оно непрерывно изменяется по направлению. Следовательно, равномерное движение точки по окружности является движением с переменным ускорением.

Вопросы

1. Тело движется равномерно по окружности. Постоянна ли скорость тела?
2. Постоянно ли ускорение при равномерном движении тела по окружности?
3. Куда направлено ускорение конца стрелки часов?

§ 24. Поступательное движение твердого тела

Все предыдущие параграфы были посвящены описанию движения тела в случаях, когда пройденное им расстояние много больше размеров тела и тело можно рассматривать как точку. Но, конечно, далеко не всегда тело можно считать точкой. Надо уметь описывать и движение тел, размерами которых пренебречь нельзя.

Описать движение тела — это значит описать движение всех его точек. В общем случае это сложная задача; в школьном курсе механики мы не будем и пытаться ее решать. Особенно она сложна, когда тела заметно деформируются в процессе движения.

Проще описать движение тела, взаимное расположение частей которого не меняется при движении. Такое тело называют *абсолютно твердым телом*. На самом деле таких тел нет. Но в тех случаях, когда деформации тел при движении очень малы, можно реальные тела рассматривать как абсолютно твердые. Однако и движение абсолютно твердого тела в общем случае оказывается весьма сложным. Мы остановимся на двух простых случаях. Самое простое движение твердых тел — поступательное движение. **Поступательным называется такое движение абсолютно твердого тела, при котором все точки тела совершают одинаковые перемещения и, следовательно, описывают одинаковые траектории, проходят одинаковые пути, имеют одинаковые скорости и ускорения.**

Совершенно очевидно, что для описания поступательного движения твердого тела достаточно описать движение какой-либо одной его точки. Можно говорить в этом случае о скорости и ускорении всего тела в целом даже тогда, когда это тело проходит расстояния,

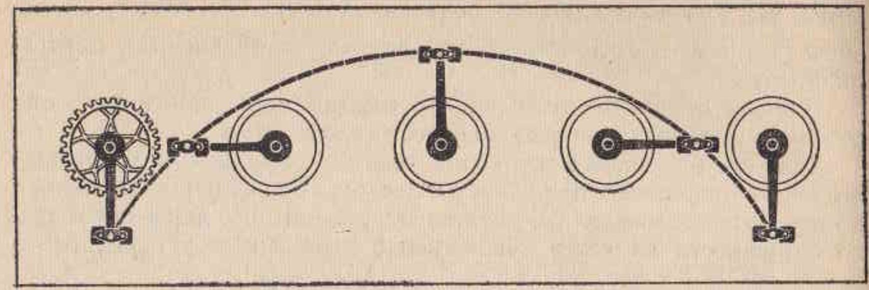


Рис. 52 а.

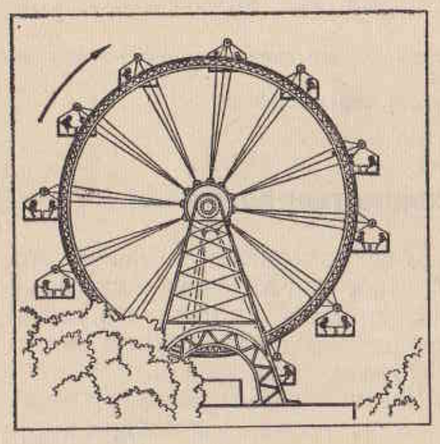


Рис. 52 б.

которые нельзя считать малыми по сравнению с размерами тела.

Приближенно поступательно движется ящик письменного стола, поршни двигателя автомобиля относительно цилиндров, вагон на прямолинейном участке железной дороги, резец токарного станка и т. д. Поступательными можно считать и движения, имеющие довольно сложный вид, например движение педали велосипеда или кабины «колеса обозрения» в парках (рис. 52 а и рис. 52 б).

Вопросы

1. В каком случае тело можно считать абсолютно твердым?
2. Приведите примеры поступательного движения твердого тела, не упомянутые в тексте книги.
3. Почему лишь при поступательном движении твердого тела можно говорить об ускорении и скорости тела в целом, а не только его отдельных точек?
4. Остается ли прямая, проведенная в теле, параллельной самой себе при поступательном движении?

§ 25. Вращательное движение твердого тела. Угловая скорость

Нельзя пренебречь размерами тел при описании их движения, если тела вращаются вокруг оси. Вращательное движение — следующий за поступательным простейший случай движения твердого тела.

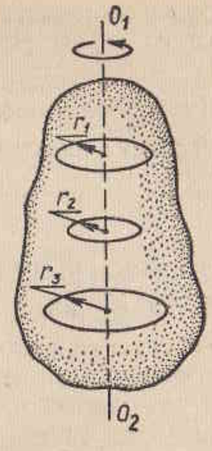


Рис. 53.

Вращением твердого тела вокруг неподвижной оси называется такое движение, при котором все точки тела описывают окружности, центры которых находятся на одной и той же прямой, перпендикулярной к плоскостям этих окружностей. Сама эта прямая есть ось вращения (рис. 53).

В технике этот вид движения встречается чрезвычайно часто: вращение валов двигателей и генераторов, колес современных скоростных электропоездов и деревенской телеги, турбин и пропеллеров самолетов и т. д. В живой природе вращательное движение вокруг оси не встречается.

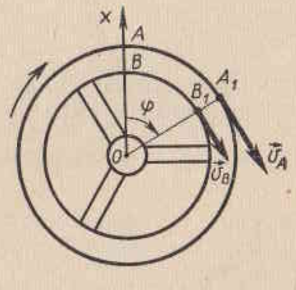


Рис. 54.

Каждая точка вращающегося тела движется по окружности, и различные точки проходят за время t разные пути. Но радиусы окружностей, по которым движутся все точки тела, поворачиваются за время t на один и тот же угол φ. Этот угол отсчитывается между двумя лучами, выходящими из одной точки оси и перпендикулярными ей: один луч жестко связан с телом, а другой остается неподвижным (рис. 54).

Пусть тело вращается равномерно, т. е. за любые равные промежутки времени оно поворачивается на одинаковые углы. Быстрота вращения тела зависит от угла поворота любого луча, связанного с телом, за определенный интервал времени; она характеризуется *угловой скоростью*. Например, если одно тело за каждую секунду поворачивается на угол $\frac{\pi}{2}$, а другое — на $\frac{\pi}{4}$, то мы говорим, что первое тело вращается быстрее второго[1].

Угловой скоростью при равномерном вращении называется величина, равная отношению угла φ поворота тела к промежутку времени t, за который этот поворот произошел.

---

[1] Напомним, что углы могут измеряться в радианах. Радиан—это центральный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна радиусу окружности. Один радиан приближенно равен 57°17′48″. Угол 360° равен 2π радиан. Измеряя углы отношением длины дуги к радиусу $\alpha = \frac{l}{R}$, мы выражаем их отвлеченными числами, поэтому слово «радиан» обычно не пишется около числа, выражающего величину угла.

Будем обозначать угловую скорость греческой буквой ω (омега). Тогда по определению

$$\omega = \frac{\varphi}{t}. \qquad (3.3)$$

Угловая скорость измеряется в радианах на секунду:

$$1\ \text{рад/сек} = 1\ \frac{1}{\text{сек}}.$$

Например, угловая скорость вращения Земли вокруг оси равна $0{,}0000727\ \frac{1}{\text{сек}}$, а угловая скорость точильного диска — около $140\ \frac{1}{\text{сек}}$.

Угловую скорость при равномерном вращении можно выразить через *частоту вращения*, т. е. число полных оборотов тела за 1 *сек*. Если тело делает n оборотов в секунду, то время одного оборота равно $\frac{1}{n}$ секунд. Это время называется *периодом вращения* и обозначается буквой T. Таким образом, связь между периодом и частотой вращения запишется так:

$$T = \frac{1}{n}.$$

Полному обороту тела соответствует угол $\varphi = 2\pi$. Поэтому согласно формуле (3.3)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n. \qquad (3.4)$$

Если при равномерном вращении тела известна его угловая скорость, то можно найти угол поворота тела в любой момент времени из (3.3):

$$\varphi = \omega t.$$

Тем самым мы можем найти положение точек вращающегося тела в любой момент времени.

Вопросы

1. Приведите примеры вращательного движения твердого тела, не упомянутые в тексте книги.
2. Что называется осью вращения твердого тела?
3. Во сколько раз угловая скорость минутной стрелки часов больше угловой скорости часовой стрелки?

§ 26. Связь между линейной и угловой скоростями

Скорость точки, движущейся по окружности, часто называют линейной скоростью, чтобы подчеркнуть ее отличие от угловой скорости.

При вращении тела разные его точки имеют неодинаковые линейные скорости, потому что за одно и то же время они проходят различные пути (см. рис. 53). На рисунке 54 видно, что дуга AA_1 больше дуги BB_1, поэтому $v_A > v_B$ (время прохождения точками этих дуг одинаково).

Между линейной скоростью какой-нибудь точки вращающегося тела и угловой скоростью тела есть зависимость. Установим ее для равномерного вращения тела вокруг неподвижной оси. Точка, лежащая на окружности радиуса R, за один оборот тела пройдет путь $2\pi R$. Поскольку время одного оборота тела есть период T, то линейная скорость точки может быть найдена так:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R n. \qquad (3.5)$$

Так как $\omega = 2\pi n$, то

$$\boxed{v = \omega R.} \qquad (3.6)$$

Из (3.6) видно, что, чем дальше расположена точка тела от оси вращения, тем больше ее линейная скорость. Для точек земного экватора $v = 463$ *м/сек*. На полюсах Земли $v = 0$. Для всех точек тела, находящихся на одинаковых расстояниях от оси вращения, модули линейных скоростей одинаковы.

Модуль ускорения точки, движущейся равномерно по окружности, можно выразить через угловую скорость тела и радиус окружности:

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R. \qquad (3.7)$$

Чем дальше расположена точка твердого тела от оси вращения, тем большее ускорение она имеет.

Итак, мы научились описывать движение тела, вращающегося равномерно вокруг неподвижной оси, так как, пользуясь формулами $\varphi = \omega t$, $v = \omega R$ и $a = \omega^2 R$, можем находить положение, скорость и ускорение любой точки тела в произвольный момент времени.

§ 27. Примеры решения задач

Задача 1. Два шкива соединены ременной передачей, передающей вращение от одного шкива к другому. Ведущий шкив делает $n_1 = 3000$ *об/мин*. Ведомый шкив, который должен делать $n_2 = 600$ *об/мин*, имеет диаметр $D_2 = 500$ *мм*. Какой диаметр D_1 должен иметь ведущий шкив?

Решение. Ведущий шкив вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 2\pi n_1$, а ведомый — со скоростью $\omega_2 = 2\pi n_2$. Скорость приводного ремня равна линейной скорости окружностей того и другого шкива:

$$v = \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2.$$

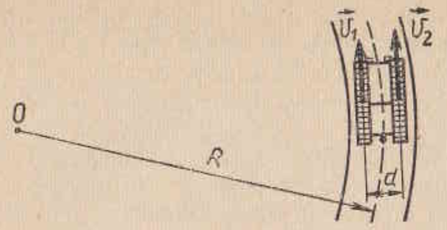


Рис. 55.

Отсюда

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Следовательно, искомый диаметр

$$D_1 = D_2 \frac{n_2}{n_1} = 100 \text{ мм.}$$

З а д а ч а 2. Для того чтобы повернуть трактор, движущийся со скоростью $v_0 = 18$ *км/ч*, тракторист притормаживает одну из гусениц так, что скорость оси ее ведущего колеса уменьшается до значения $v_1 = 14$ *км/ч*. Расстояние между гусеницами $d = 1{,}5$ *м*. Дугу какого радиуса R опишет середина трактора?

Р е ш е н и е. Обозначим угловую скорость вращения корпуса трактора вокруг центра дуги поворота (рис. 55) через ω. Тогда линейные скорости гусениц можно выразить так:

$$v_1 = \omega\left(R - \frac{d}{2}\right), \quad v_2 = v_0 = \omega\left(R + \frac{d}{2}\right).$$

Отсюда

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{R - \frac{d}{2}}{R + \frac{d}{2}},$$

или

$$R = \frac{d}{2} \cdot \frac{v_0 + v_1}{v_0 - v_1} = 6 \text{ м.}$$

Упражнение 4

1. Линейная скорость периферийных точек шлифовального камня не должна превышать 95 *м/сек*. Определите наибольшее допустимое число оборотов в минуту для диска диаметром 30 *см*.

2. Длина минутной стрелки часов на Спасской башне Московского Кремля 3,5 *м*. Определите модуль и направление линейной скорости конца стрелки через каждые 15 *мин* в течение часа.

§ 28. Краткий итог раздела «Кинематика»

Движение точки рассматривается относительно системы координат, жестко связанной с телом отсчета (земным шаром, движущимся поездом и т. д.).

Положение движущейся точки в любой момент времени t характеризуется радиус-вектором $\vec{r}(t)$ этой точки. В случае движения на

плоскости радиус-вектор однозначно определяется двумя его проекциями — координатами $x(t)$ и $y(t)$.

Состояние движения тела характеризуется мгновенной скоростью

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \text{ при условии, что } \Delta t \to 0.$$

Изменение скорости со временем характеризуется ускорением

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \text{ при условии, что } \Delta t \to 0.$$

Важнейшее значение ускорения для описания движения следует из того, что именно ускорения тел определяются взаимными действиями тел друг на друга. Об этом пойдет речь далее, в разделе «Динамика».

В простом случае переменного движения с постоянным ускорением скорость тела и его радиус-вектор определяются формулами

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t} \quad \text{и} \quad \boxed{\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}.}$$

где $\vec{r}_0$ и $\vec{v}_0$ — радиус-вектор и скорость тела в начальный момент времени $t_0 = 0$. Эти векторные уравнения в случае движения на плоскости эквивалентны двум парам уравнений для координат x, y и проекций скоростей v_x и v_y на координатные оси OX и OY:

$$v_x = v_{0x} + a_x t, \quad x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2},$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t, \quad y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

При движении тела по окружности радиуса R с постоянной по модулю скоростью v ускорение тела равно

$$\boxed{a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R}$$

и направлено к центру окружности. Модуль скорости находится по формуле

$$\boxed{v = \omega R.}$$

ДИНАМИКА

Глава IV

ЗАКОНЫ МЕХАНИКИ НЬЮТОНА

§ 29. Основные положения механики

Законам механики подчиняются движения всех окружающих нас тел.

Для того чтобы открыть эти законы, Ньютону не потребовались какие-либо сложные приборы. Достаточными оказались простые опыты. Главное состояло в том, чтобы в огромном разнообразии движений увидеть то существенное, то общее, что определяет движение каждого тела.

Законы механики, как и все основные законы физики, имеют точную количественную форму. Но вначале мы попытаемся понять эти законы качественно. Так будет проще уловить их главное содержание. Впоследствии перейдем к количественной формулировке законов Ньютона.

Система отсчета. Мы уже знаем, что любое движение следует рассматривать по отношению к какой-либо определенной системе отсчета.

В кинематике, т. е. при описании движения без рассмотрения причин его изменения, все системы отсчета равноправны. Выбор определенной системы отсчета для решений той или иной задачи диктуется соображениями целесообразности и удобства. Так, при стыковке космических кораблей удобно рассматривать движение

Исаак Ньютон (1642—1727) — гениальный английский физик и математик, один из величайших ученых в истории человечества. Ньютон сформулировал основные понятия и законы механики и открыл закон всемирного тяготения. Он разработал также теорию движения небесных тел и впервые вычислил космические скорости для Земли. В оптике Ньютон открыл явление разложения белого света на цвета, объяснил возникновение цвета тел и др. Разработав могучий метод математического исследования природы, Ньютон повлиял на все последующее развитие физики.

одного из них относительно другого, а не относительно Земли. В главном разделе механики — д и н а м и к е — изучаются изменения движения тел, т. е. их скоростей. Вопрос о целесообразном выборе системы отсчета в динамике не является простым.

Выберем вначале самую на первый взгляд естественную систему отсчета, связанную с земным шаром. Движение тел вблизи поверхности Земли мы будем рассматривать относительно самой Земли.

Что вызывает ускорение тел! Если тело, лежащее на земле, на полу или на столе, начинает двигаться, то всегда по соседству можно обнаружить какой-либо предмет, который толкает это тело или действует на него на расстоянии (например, магнит). Поднятый над землей камень не остается висеть в воздухе, а с нарастающей скоростью падает на землю. Надо думать, что именно действие земли приводит к этому.

Вся совокупность подобных опытных фактов говорит о том, что **изменение скорости данного тела (т. е. ускорение) всегда вызывается воздействием на данное тело каких-либо других тел.** Эта фраза содержит самое главное положение механики Ньютона.

Может оказаться, что тело покоится или движется равномерно и прямолинейно, т. е. без ускорения ($a = 0$), хотя на него и действуют другие тела. Но скорость тела никогда не меняется, если на него ничто не действует.

Когда на вашем столе неподвижно лежит книга, то ее ускорение равно нулю, хотя действие со стороны других тел налицо. На книгу действуют притяжение Земли и стол, не дающий ей падать вниз. В этом случае говорят, что действия уравновешивают друг друга. Но книга никогда не придет в движение, не получит ускорения, если на нее не подействовать рукой, сильной струей воздуха или еще каким-нибудь способом.

Перечислить экспериментальные доказательства того, что изменение скорости одного тела всегда вызывается действием на него

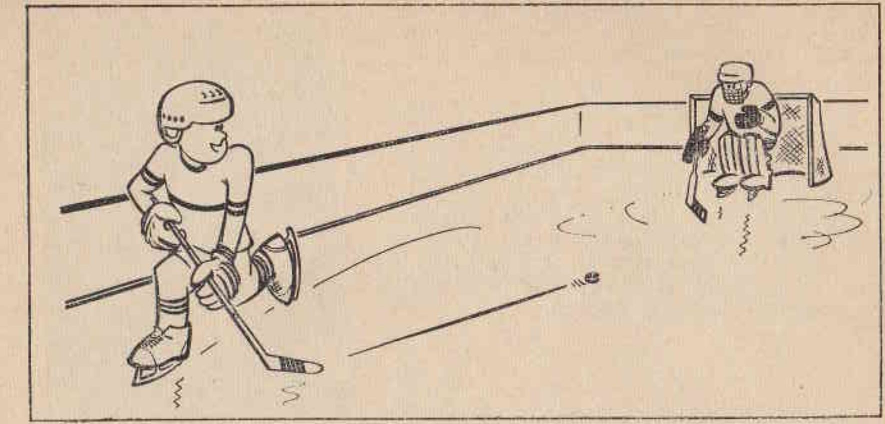


Рис. 56.

других тел, нет никакой возможности, да и особой нужды. Это вы можете наблюдать на каждом шагу. Но только наблюдать надо уметь.

Футболист ударил по мячу. Ударил, — значит, его нога оказала определенное действие на мяч и скорость мяча увеличилась. А вот какое действие позволяет футболисту быстро устремиться к воротам противника? Одного желания здесь мало. Будь вместо футбольного поля идеально гладкий лед, а на ногах футболиста вместо бутс с шипами тапочки с гладкой подошвой, это ему не удалось бы. Для того чтобы бежать с ускорением, нужно упираться ногами в землю. Если ноги будут скользить, вы никуда не убежите. Значит, только трение о землю, обеспечивающее действие земли на футболиста, позволяет ему, да и всем нам при беге и ходьбе изменять свою скорость. Точно так же, чтобы остановиться с разбегу, надо упираться ногами в землю.

Любой человек, даже незнакомый с физикой, понимает, что заставить какой-либо предмет изменить величину или направление скорости можно, только оказав на него определенное воздействие. Трудно заподозрить учеников, скажем, 5 класса, гоняющих шайбу во дворе (рис. 56), в знакомстве с законами Ньютона. Но поступают они правильно. Они стараются, действуя клюшкой на шайбу, так изменить движение шайбы, чтобы она устремилась к воротам противника или к партнеру по команде, находящемуся в выгодном положении.

Однако не следует думать, что самое основное положение механики совершенно очевидно и усвоить его ничего не стоит. **Если действий со стороны других тел на данное тело нет, то** согласно основному положению механики **тело будет покоиться или двигаться с постоянной скоростью.** Вот этот-то факт совсем не является само собой разумеющимся. Понадобился гений Галилея и Ньютона, чтобы его осмыслить.

Ньютону вслед за Галилеем удалось окончательно развеять одно из глубочайших заблуждений человечества о законах движения тел.

Начиная с великого древнегреческого философа Аристотеля, на протяжении почти двадцати веков, все были убеждены, что движение тела с постоянной скоростью нуждается для своего поддержания в действиях, производимых на тело извне, т. е. в некоторой активной причине, считали, что без такой поддержки тело обязательно остановится.

Это, казалось бы, находит подтверждение в нашем повседневном опыте. Например, автомобиль с выключенным двигателем останавливается и на совершенно горизонтальной дороге. То же самое можно сказать о велосипеде, лодке и пароходе на воде и других движущихся телах. Вот почему даже в наше время можно встретить людей, которые смотрят на движение так же, как смотрел Аристотель.

В действительности же *свободное тело*, которое не взаимодействует с другими телами, движется всегда с постоянной скоростью или находится в покое. Только действие со стороны другого тела способно изменить его скорость. Действовать на тело, чтобы поддерживать его скорость постоянной, нужно лишь потому, что в обычных условиях всегда существует сопротивление движению со стороны земли, воздуха или воды. Если бы не было этого сопротивления, скорость автомобиля на горизонтальном шоссе и при выключенном двигателе оставалась бы постоянной.

От чего зависит ускорение тел! Итак, ускорение данного тела определяется действием на него других тел.

Обратим теперь внимание на следующее важное обстоятельство. Каждый без труда разгонит легкую байдарку до большой скорости, но сделать то же самое с тяжело нагруженной лодкой он будет не в состоянии. Или еще пример. Стоит отпустить тетиву лука, как легкая стрела в доли секунды наберет большую скорость. А попробуйте вместо стрелы взять кусок водопроводной трубы. Тот же лук сможет лишь едва-едва сдвинуть его с места. Эти примеры говорят о том, что **величина ускорения тела зависит не только от оказываемого на него действия, но и от свойств самого тела.**

Отсюда следует, что необходимо ввести величину, которая охарактеризовала бы способность того или иного тела менять свою скорость под влиянием определенного воздействия. Такая величина и вводится в механике. Это *масса тела.* **Чем больше масса тела, тем меньше получаемое телом ускорение при прочих равных условиях.**

Взаимодействие тел. При столкновении двух бильярдных шаров они отскакивают друг от друга. Здесь мы встречаемся с проявлением еще одного закона механики. Состоит он в том, что любое действие тел друг на друга носит характер взаимодействия. Это означает, что если тело A действует на тело B, сообщая ему ускорение, то одновременно тело B действует на тело A, также сообщая ему ускорение.

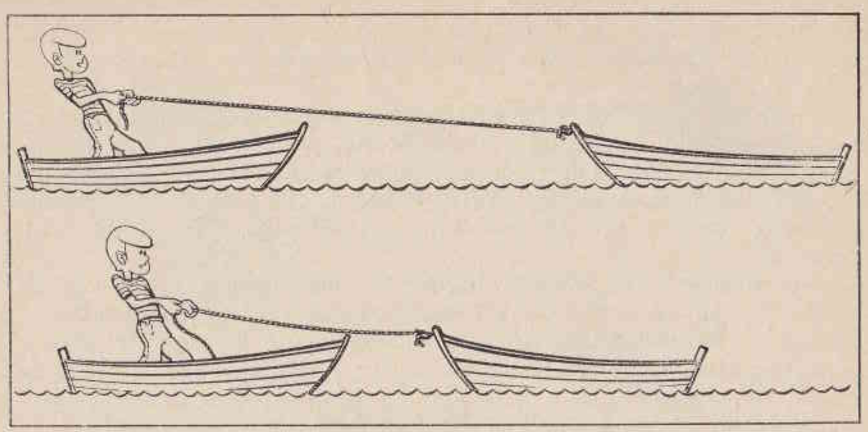


Рис. 57.

Примеров взаимодействия тел и сообщения ими друг другу ускорений можно привести сколь угодно много. Когда вы, находясь в одной лодке, начнете за веревку подтягивать другую лодку, то и ваша лодка обязательно будет продвигаться вперед (рис. 57). Действуя на вторую лодку, вы заставляете и ее действовать на вашу лодку.

Если вы ударите ногой по футбольному мячу или толкнете плечом товарища, то немедленно ощутите обратное действие на ногу или плечо. Все это проявления общего закона взаимодействия тел.

Действие тел друг на друга носит характер взаимодействия не только при непосредственном контакте тел. Положите, например, на гладкий стол два сильных магнита разноименными полюсами навстречу друг другу, и вы тут же обнаружите, что они будут двигаться навстречу друг другу.

Значительное изменение скорости обоих взаимодействующих тел наблюдается, однако, лишь в тех случаях, когда массы этих тел не сильно отличаются друг от друга. Если же взаимодействующие тела резко различаются по массе, получает заметное ускорение только то из них, которое имеет меньшую массу. Так, при падении камня Земля заметно ускоряет его движение, но ускорение Земли (а ведь камень тоже притягивает Землю) практически обнаружить нельзя, так как оно очень и очень мало.

Часто какое-нибудь тело взаимодействует не с одним, а с двумя, тремя или большим количеством тел. В этих условиях может случиться, что ускорение данного тела равно нулю. Именно так происходит с книгой, лежащей на столе: она взаимодействует не только с Землей, но и со столом.

Инерциальная система отсчета. До сих пор мы систему отсчета связывали с Землей, т. е. рассматривали движение относительно Земли. В системе отсчета, связанной с Землей, ускорение тела опре-

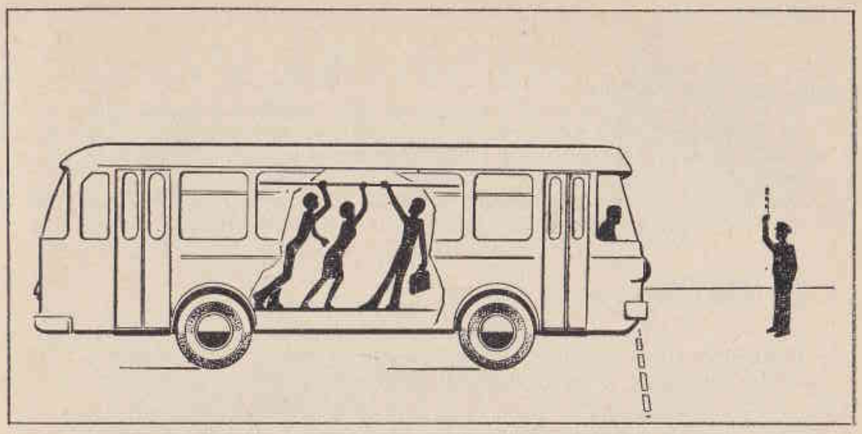


Рис. 58.

деляется только действием на него других тел. Подобные системы отсчета называют *инерциальными*.

Однако в других системах отсчета может оказаться, что тело имеет ускорение даже в том случае, когда на него другие тела не действуют.

В качестве примера рассмотрим систему отсчета, связанную с автобусом, т. е. будем рассматривать движение тел по отношению к стенкам автобуса. При резком торможении автобуса стоящие в проходе пассажиры падают вперед, получая ускорение относительно стенок автобуса (рис. 58). Однако это ускорение не вызвано какими-либо действиями со стороны Земли или автобуса непосредственно на пассажиров. Относительно Земли пассажиры сохраняют свою постоянную скорость, но так как стенки автобуса замедляют свое движение, то люди и падают по направлению к его передней стенке.

Таким образом, когда на пассажира не действуют другие тела, он не получает ускорения в системе отсчета, связанной с Землей, но относительно системы отсчета, связанной со стенками автобуса, движущегося замедленно, пассажир имеет ускорение, направленное вперед. То же самое получится, если связать систему отсчета с вращающейся каруселью. Относительно карусели все тела, лежащие на Земле, будут описывать окружности, т. е. будут двигаться с ускорением, хотя никаких внешних действий, вызывающих это ускорение, обнаружить нельзя.

Если относительно какой-нибудь системы отсчета тело движется с ускорением, не вызванным действиями на него других тел, то такую систему отсчета называют *неинерциальной*. Так, неинерциальными являются системы отсчета, связанные с автобусом, движущимся по отношению к земле с ускорением, или с вращающейся каруселью.

Вопросы

1. В чем состоит основное положение механики? Подтвердите его примерами, не упомянутыми в тексте.
2. В чем состоит различие в поведении тел, отличающихся по массе?
3. Любое действие тел друг на друга носит характер взаимодействия. Что означает это утверждение? Приведите примеры его справедливости, не упомянутые в тексте.
4. Имеется ли принципиальное отличие системы отсчета, связанной с Землей, от системы отсчета, связанной с самолетом, делающим вираж?

§ 30. Материальная точка

Возьмите лист плотной бумаги и подбросьте его. Он начнет медленно опускаться, слегка раскачиваясь из стороны в сторону. Если этот же лист скомкать, то он будет падать гораздо быстрее и без раскачивания. Обыкновенный волчок, состоящий из диска, насаженного на тонкую палочку, способен кружиться, не падая набок, пока скорость вращения велика. Заставить же вести себя подобным образом диск и палочку в отдельности просто невозможно.

С помощью подобных простых наблюдений нетрудно убедиться, что при данных воздействиях движение тел сильно зависит от их размеров и формы. Чем сложнее форма тела, тем, как правило, сложнее его движение. Трудно надеяться поэтому найти какие-то общие (фундаментальные) законы движения, которые были бы непосредственно справедливы для тел любой формы. **Основные законы механики,** сформулированные Ньютоном, **относятся не к произвольным телам, а к точке, обладающей массой.**

Но точек, обладающих массой, в природе нет. В чем же тогда смысл этого понятия? В кинематике мы познакомились со способами описания движения точки. Под точкой понималась либо маленькая метка на любом теле, либо же само тело в том случае, когда пройденный им путь много больше размеров тела. В динамике последнего уже недостаточно. Так, вращающееся колесо нельзя рассматривать как точку, какое бы большое расстояние ни прошло это колесо вместе с автомобилем. Однако во многих случаях размеры и форма тела не оказывают сколько-нибудь существенного влияния на характер механического движения. Вот в этих случаях мы и можем рассматривать тело как *материальную точку*, т. е. считать, что оно обладает массой, но не имеет геометрических размеров.

Причем одно и то же тело в одних случаях можно считать точкой, а в других нет. Все зависит от того, что именно нас интересует. При исследовании движения планет вокруг Солнца как планеты, так и Солнце можно считать материальными точками. Дело в том, что расстояние между ними много больше их собственных размеров, а при этих условиях взаимодействие между телами заметным образом не зависит от формы тел. Но на движение искусственного спутника Земли форма Земли уже оказывает заметное влияние.

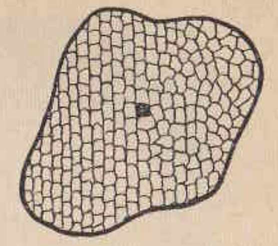


Рис. 59.

Еще один важный пример. При поступательном движении твердого тела, например кубика, соскальзывающего с доски, все участки кубика движутся совершенно одинаково. Кубик вполне можно рассматривать как точку с массой, равной массе кубика. Но если тот же кубик вращается, считать его точкой нельзя: его участки будут иметь существенно различные скорости.

Как быть в тех многочисленных случаях, когда нельзя считать тело материальной точкой? Выход есть, и он совсем в принципе несложен. Тело можно мысленно разделить на столь малые элементы, что каждый из них допустимо считать материальной точкой (рис. 59). В механике **любое тело можно рассматривать как совокупность большого числа материальных точек. Зная законы движения точки, мы в принципе располагаем методом описания движения произвольного тела.**

Вопросы

1. Что называется материальной точкой?
2. Материальных точек в природе нет. Зачем же мы используем это понятие?
3. Можно ли считать материальной точкой камень, брошенный вверх?

§ 31. Первый закон Ньютона

Первый закон механики, или закон инерции, как его часто называют, был в основном установлен еще Галилеем. Окончательно же его содержание было выяснено Ньютоном. Этот закон относится к самому простому случаю — движению тела, на которое не оказывают воздействия другие тела. Такие тела будем называть *свободными телами.*

Ответить на вопрос, как же движутся свободные тела, чисто умозрительно, не обращаясь к опыту, нельзя. Однако нельзя поставить ни одного опыта, который бы в чистом виде показал, как движется ни с чем не взаимодействующее тело, потому что таких тел нет. Как же быть?

Имеется лишь один выход. Надо поставить тело в условия, при которых влияние внешних воздействий можно было делать все меньшим и меньшим и наблюдать, к чему это ведет. Так поступил в свое время и Галилей.

Можно, например, наблюдать за движением камня на горизонтальной поверхности, после того как ему сообщена некоторая скорость. (Притяжение камня к Земле компенсируется действиями твер-

Рис. 60.

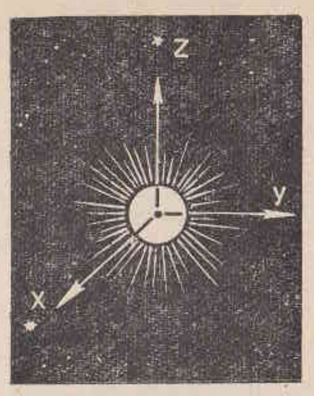


Рис. 61.

дой поверхности, и на его движение влияет только трение.) При этом легко обнаружить, что, чем более гладкой является поверхность, тем медленнее будет уменьшаться скорость камня. На гладком льду камень скользит весьма долго. На основе таких наблюдений можно сделать вывод, что будь поверхность идеально гладкой, то при отсутствии сопротивления воздуха (в вакууме) камень совсем не менял бы своей скорости.

С другой стороны, нетрудно заметить, что, когда ускорение тела отлично от нуля, всегда обнаруживается воздействие на него других тел (см. § 29).

Отсюда можно прийти к выводу, что тело, достаточно удаленное от всех других тел и по этой причине не взаимодействующее с ними, будет двигаться с постоянной скоростью.

Но движение относительно, и имеет смысл говорить лишь о движении тела по отношению к системе отсчета, связанной с другим телом. Поэтому сразу же возникает вопрос: движется ли с постоянной скоростью свободное тело по отношению к любому другому телу? Ответ будет, конечно, отрицательным. Так, по отношению к вращающейся карусели свободное тело заведомо не будет двигаться прямолинейно и равномерно. А вот по отношению к земле, по-видимому, будет.

Таким образом, наблюдения за движением тел и размышление приводят нас к заключению о том, что существуют тела и связанные с ними системы отсчета, по отношению к которым свободные тела движутся с постоянной скоростью. В этом состоит главное содержание закона инерции. Поэтому первый закон динамики может быть сформулирован так: **существуют системы отсчета, называемые инерциальными, относительно которых тела, достаточно удаленные от всех других тел, движутся равномерно и прямолинейно.**

Этот закон содержит, с одной стороны, определение инерциальной системы отсчета (система отсчета, относительно которой свободные тела имеют постоянную скорость), а с другой — утверждение, что такие системы существуют. Первый закон механики ставит в особое, привилегированное положение инерциальные системы отсчета.

Но как установить, что система отсчета является инерциальной? Это можно сделать только опытным путем. В частности, именно опыт подтверждает, что с большой степенью точности систему отсчета, связанную с Землей (геоцентрическую систему отсчета), можно считать инерциальной (рис. 60). Но строго инерциальной она не является (см. § 38).

С гораздо большей точностью можно считать инерциальной систему отсчета, в которой начало координат совмещено с центром Солнца, а координатные оси направлены к неподвижным звездам; эту систему отсчета называют гелиоцентрической (рис. 61).

Вопросы

1. Какое утверждение содержится в первом законе Ньютона?
2. Каким образом можно в принципе установить, что данная система отсчета является инерциальной?

§ 32. Сила

Основное положение механики, как мы уже говорили, состоит в том, что ускорения тел определяются их действиями друг на друга. **Количественную меру действия тел друг на друга, в результате которого тела получают ускорения, называют в механике силой.** Это пока еще качественное, недостаточное для такой точной науки, как физика, определение. Введя его, мы расчленили главное утверждение механики на два:

1) ускорения тел вызываются силами;

2) силы обусловлены действиями на данное тело каких-либо других тел.

С самого начала нужно отчетливо представить себе, что понятие силы относится к двум телам. Всегда можно указать тело, на которое действует сила, и тело, со стороны которого она действует. Так, сила тяжести действует на камень со стороны Земли.

Сила имеет направление. Вы всегда можете толкнуть тело в различных направлениях.

Для количественного определения силы мы должны уметь ее измерять. Только после этого можно говорить о силе как об определенной физической величине.

Но ведь действия на данное тело могут быть самыми разнообразными. Что общего, казалось бы, между силой притяжения Земли к Солнцу и силой, которая, преодолевая тяготение, заставляет дви-

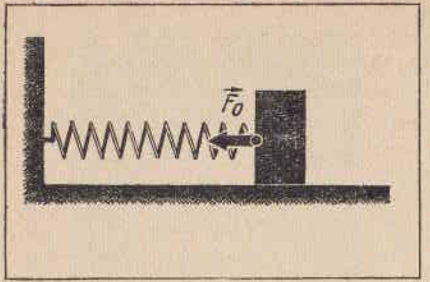


Рис. 62.

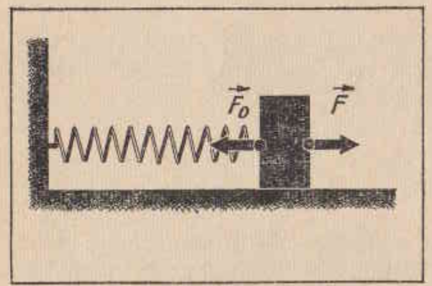


Рис. 63.

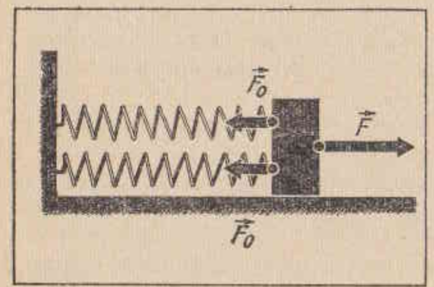


Рис. 64.

гаться ракету, или между этими двумя силами и обычной мускульной силой? Ведь они совершенно различны по природе. Можно ли говорить о них как о чем-то физически родственном?

Сравнение сил. Когда человек не может поднять тяжелую вещь, он говорит: «Не хватает сил». При этом, в сущности, происходит сравнение двух совершенно разных по своей природе сил: мускульной силы и силы, с которой Земля притягивает этот предмет. Но если вы подняли тяжелый предмет и держите его на весу, то ничто не мешает вам утверждать, что мускульная сила ваших рук по величине равна силе тяжести. Это утверждение по существу и является определением равенства сил в механике.

Две силы, независимо от их природы, считают равными и противоположно направленными, если их одновременное действие на тело не меняет его скорость. Это определение позволяет измерить силы, если одну из них принять за единицу.

Значит, для измерения сил нужно располагать эталоном единицы силы.

В качестве эталона единицы силы будем считать силу $\vec{F_0}$, с которой некоторая определенная (эталонная) пружина при фиксированном растяжении действует на прикрепленное к ней тело (рис. 62). Сила упругости пружины направлена вдоль оси пружины.

Теперь установим способ сравнения сил с эталонной силой.

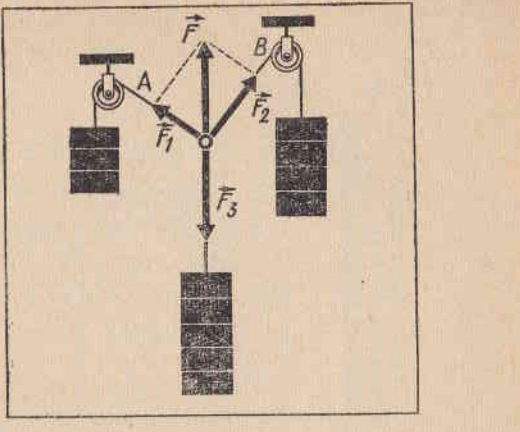


Рис. 65.

Мы уже говорили, что две силы считаются равными и противоположными по направлению, если при одновременном действии они не сообщают телу ускорения.

Следовательно, измеряемая сила $\vec{F}$ равна по модулю эталонной силе $\vec{F_0}$, если под действием этих сил тело не получает ускорения (рис. 63).

При действии по одному направлению двух сил $\vec{F_0}$ (рис. 64) их результирующая равна $2\vec{F_0}$; поэтому *уравновешивающая* их сила $\vec{F}$, направленная в противоположную сторону, по модулю также равна $2\vec{F_0}$ (все три силы, действуя одновременно, не сообщают телу ускорения). Таким образом, располагая эталоном силы, мы можем измерять силы, кратные эталону. Процедура измерения состоит в следующем: к телу, на которое действует измеряемая сила, прикладывают в сторону, противоположную ее направлению, такое количество эталонных сил, чтобы тело не получило ускорения, и подсчитывают число эталонных сил. Понятно, что при этом ошибка в измерении будет той же величины, что и эталонная сила $\vec{F_0}$. Выбрав эталонную силу достаточно малой, можно производить измерения с высокой точностью.

Располагая методом измерения сил, можно опытным путем доказать, что силы складываются как векторы. Именно это дает основание считать силу, подобно скорости и ускорению, векторной величиной.

Один из простых опытов, доказывающих, что силы надо складывать векторно, можно осуществить так. К небольшому телу (например, колечку) привязывают две нити A и B, перекинутые через блоки (рис. 65). На конце нити A закрепляют три одинаковых груза, а на конце нити B — четыре таких же груза. Тогда со стороны первой нити на диск будет действовать сила $\vec{F_1}$, равная по модулю трем единицам, а со стороны второй — сила $\vec{F_2}$, равная по модулю четырем единицам. Силы $\vec{F_1}$ и $\vec{F_2}$ направлены вдоль соответствующих нитей. Опыт показывает, что если к колечку подвесить нить с пятью грузами на конце, то колечко будет находиться в равновесии при условии, что угол между нитями A и B равен 90°. Если нарисовать на листе бумаги силы $\vec{F_1}$ и $\vec{F_2}$ и рассматривать их как стороны

Рис. 66.

прямоугольника, то нетрудно величину диагонали этого прямоугольника вычислить по теореме Пифагора:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 5 \text{ ед.}$$

Причем вектор, являющийся диагональю прямоугольника, направлен вертикально вверх. Значит, этот вектор изображает силу $\vec{F}$, уравновешивающую силу $\vec{F}_3$. Следовательно, сила $\vec{F}$, найденная таким образом, эквивалентна по своему действию силам $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. А это, в свою очередь, означает, что силы складываются геометрически (по правилу параллелограмма), т. е. так же, как другие векторные величины:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F} = -\vec{F}_3. \qquad (4.1)$$

В практике для измерения сил применяют одну пружину, проградуированную на различные значения силы, — динамометр (рис. 66).

Использование динамометра основано на том факте, что удлинение пружины прямо пропорционально приложенной к ней силе. Поэтому по длине пружины можно непосредственно судить о величине силы. Подробно об устройстве динамометра и его градуировке было рассказано в курсе физики для 6 класса[1].

§ 33. Второй закон Ньютона. Масса

Ускорения тел определяются действующими на них силами. После того как мы научились измерять силу и знаем в принципе, как измерять ускорение, можно ответить на главный вопрос: как зависит ускорение тела от действующих на него сил?

Установить на опыте связь между ускорением и силой абсолютно точно нельзя, так как любое измерение дает только приблизительное значение измеряемой величины. Но подметить характер зависимости ускорения от силы можно с помощью несложных опытов. Уже простые наблюдения показывают, что, чем больше сила, тем быстрее меняется скорость тела, т. е. тем больше его ускорение. Естественно предположить, что ускорение прямо пропорционально силе (в принципе, конечно, ускорение могло бы зависеть от силы и гораздо более сложным образом, но сначала надо посмотреть, не справедливо ли самое простое предположение).

Лучше всего изучать поступательное движение тела, например металлического бруска, так как только при поступательном движе-

[1] Силы притяжения тел к Земле пропорциональны их массам (см. курс физики VI класса).

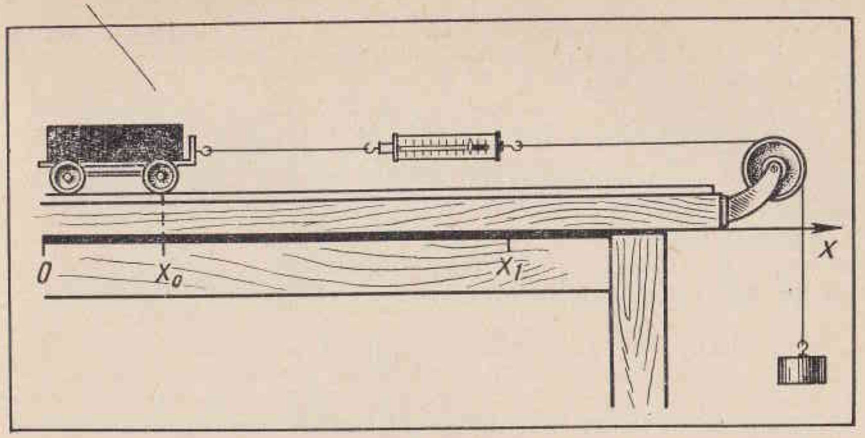


Рис. 67.

нии ускорение всех точек одинаково и мы можем говорить об определенном ускорении тела в целом. Однако в этом случае сила трения о стол велика и, главное, ее трудно измерить. Поэтому возьмем тележку с легкими колесами, установленную на рельсы. Тогда сила трения сравнительно невелика[1], а массой колес можно пренебречь по сравнению с массой тележки, движущейся поступательно (рис. 67).

Пусть на тележку действует сила со стороны нити, к концу которой прикреплен груз. Величина силы измеряется пружинным динамометром (эта сила постоянна, но не равна силе тяжести, действующей на подвешенный груз). Ускорение тележки можно оценить, измеряя время, затрачиваемое тележкой на прохождение пути s. Так как при $v_0 = 0$

$$s = x_1 - x_0 = \frac{at^2}{2},$$

то

$$a = \frac{2s}{t^2}.$$

Непосредственно на глаз видно, что тележка тем быстрее набирает скорость, чем больше действующая на нее сила. Тщательные измерения модулей силы и ускорения показывают прямую пропорциональность между ними:

$$a \sim F. \qquad (4.2)$$

[1] Трение можно свести почти к нулю с помощью воздушной подушки — сильных струй воздуха, поддерживающих брусок на некоторой высоте над твердой поверхностью, вдоль которой происходит движение. Этот же принцип используется в водном транспорте (суда на воздушной подушке).

Если на тело одновременно действует несколько сил, то модуль ускорения тела будет пропорционален модулю геометрической суммы всех этих сил

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots. \tag{4.3}$$

Векторы $\vec{a}$ и $\vec{F}$ направлены по одной прямой в одну и ту же сторону.

Прямая пропорциональность между модулями ускорения и силы означает, что отношение модуля силы к модулю ускорения является постоянной величиной, не зависящей от силы:

$$\frac{F}{a} = \text{const}.$$

Нагружая тележку гирями, легко заметить, что, чем больше гирь на ней находится, тем медленнее она будет набирать скорость, тем меньше ускорение. Поэтому для нагруженной тележки отношение $\frac{F}{a}$ больше, чем для ненагруженной. Таким образом, величина $\frac{F}{a}$ имеет различные значения для разных тел. А это значит, что ускорение зависит не только от силы, но и от свойств самого тела. Об этом мы уже говорили раньше (см. § 29). **Величину $\frac{F}{a}$, равную отношению модуля силы к модулю ускорения, называют массой (точнее, инертной массой).**

Масса — основная динамическая характеристика тела, количественная мера его *инертности*, т. е. способности тела приобретать определенное ускорение под действием силы.

Для данного тела ускорение пропорционально силе и коэффициентом пропорциональности является масса.

Введя понятие массы, сформулируем окончательно второй закон Ньютона.

Произведение массы на ускорение равно сумме действующих на тело сил:

$$\boxed{m\vec{a} = \vec{F}, \quad \text{где} \quad \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots.} \tag{4.4}$$

Эта короткая формула выражает один из самых фундаментальных законов природы, которому с удивительной точностью подчиняется движение как громадных небесных тел, так и мельчайших песчинок, гонимых ветром. С помощью этого закона можно рассчитать движение поршня в цилиндре автомобиля и сложнейшие траектории космических кораблей.

Уверенность в справедливости второго закона Ньютона вытекает не из отдельных опытов, а из того, что все вытекающие из него следствия, проверяемые как специальными опытами, так и всей человеческой практикой, оказываются правильными.

Заметим, что если на тело не действуют силы или их сумма равна нулю ($\vec{F} = 0$), то относительно инерциальной системы отсчета $\vec{a} = 0$ и, следовательно, $\vec{v} = \text{const}$[1].

Используя второй закон Ньютона, можно вычислить массу тела, измерив независимо силу и ускорение:

$$m = \frac{F}{a}. \tag{4.5}$$

Правда, на практике гораздо точнее и удобнее измерить массу иначе, с помощью весов[2].

Если измерить массы m_1, m_2, m_3 нескольких тел, а затем соединить все эти тела вместе и измерить массу m одного объединенного тела, то будет выполняться простое соотношение:

$$m = m_1 + m_2 + m_3.$$

Разумеется, справедливо и обратное: если разделить тело на части, то сумма масс этих частей будет равна массе тела до разделения.

Вопросы

1. Дайте определение силы.
2. Какие две силы считаются в механике равными?
3. Какое утверждение, проверяемое на опыте, содержит второй закон Ньютона?
4. Каким образом, используя второй закон Ньютона, можно определить массу?
5. Можно ли утверждать, что первый закон Ньютона является следствием второго?
6. Справедлив ли второй закон Ньютона для произвольного тела или только для материальной точки?
7. При каких условиях материальная точка движется равномерно и прямолинейно?
8. Какое условие необходимо для того, чтобы тело двигалось с постоянным ускорением?

§ 34. Третий закон Ньютона

Мы уже говорили о том, что любое действие тел друг на друга носит характер взаимодействия. После того как введена количественная характеристика взаимодействия — сила, можно дать математическую формулировку этого факта.

При взаимодействии двух тел они действуют друг на друга с определенными силами. Выясним, как связаны между собой

[1] Это не означает, что первый закон Ньютона есть следствие второго. В первом законе утверждается существование инерциальных систем отсчета. Второй закон Ньютона справедлив именно для этих систем отсчета.

[2] Об этом уже говорилось в курсе физики VI класса.

эти силы. Умея измерять силы, мы с помощью несложных опытов можем ответить на этот вопрос.

Возьмем достаточно сильный магнит и железный брусок и установим их на катки для уменьшения трения о стол (рис. 68). К концам магнита и бруска прикрепим одинаковые мягкие пружины, закрепленные другими концами на столе. Магнит и брусок притянутся друг к другу и растянут пружины. Опыт показывает, что к моменту прекращения движения пружины растянуты совершенно одинаково. Это означает, что на оба тела со стороны пружины действуют одинаковые по модулям и противоположные по направлению силы:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2. \qquad (4.6)$$

Так как магнит покоится, то сила $\vec{F}_2$ равна по модулю и противоположна по направлению силе $\vec{F}_4$, с которой на него действует брусок:

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_4.$$

Точно так же равны по модулям и противоположны по направлению силы, действующие на брусок со стороны магнита и пружины:

$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_1.$$

Отсюда следует, что силы, с которыми взаимодействуют магнит и брусок, равны по модулям и противоположны по направлению:

$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_4.$$

На основе подобных опытов можно сформулировать третий закон Ньютона.

Силы, с которыми тела действуют друг на друга, равны по модулям и направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны.

Если на тело A со стороны тела B действует сила $\vec{F}_A$ (рис. 69), то одновременно на тело B со стороны тела A будет действовать сила $\vec{F}_B$, причем

$$\boxed{\vec{F}_A = -\vec{F}_B.} \qquad (4.7)$$

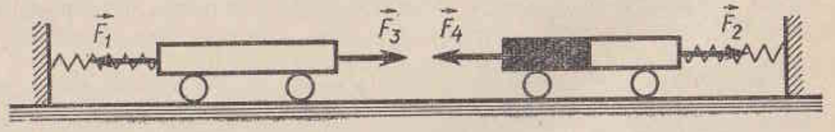


Рис. 68.

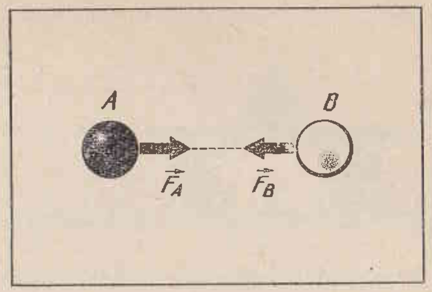


Рис. 69.

Используя второй закон Ньютона, можно равенство (4.7) записать так:

$$m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2. \qquad (4.8)$$

Отсюда следует, что

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} = \text{const}, \qquad (4.9)$$

т. е. **отношение модулей ускорений $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$ взаимодействующих друг с другом тел определяется обратным отношением их масс и совершенно не зависит от характера действующих между ними сил.** Более массивное тело получает небольшое ускорение, а легкое — гораздо большее.

В этом можно убедиться на простом опыте. Поставим на гладкие рельсы две тележки одинаковой массы и на одной из них закрепим небольшой электрический двигатель, на вал которого может наматываться нить, привязанная к другой тележке, а на другую поставим гирю, масса которой равна массе двигателя (рис. 70). При работающем двигателе обе тележки устремляются друг к другу с одинаковым ускорением. Если массу одной из тележек сделать вдвое большей, то ее ускорение будет в два раза меньше, чем второй.

Важно понимать, что **силы, о которых идет речь в третьем законе Ньютона, приложены к разным телам и поэтому они не могут уравновешивать друг друга.**

Вопросы

1. Правильна ли следующая запись третьего закона Ньютона:

$$F_{12} = -F_{21}?$$

2. Лошадь тянет телегу, а телега действует на лошадь с такой же по модулю силой, направленной в противоположную сторону. Почему же лошадь везет телегу, а не наоборот?

§ 35. Единицы массы и силы. Понятие о системах единиц

В кинематике мы пользовались двумя основными физическими величинами — длиной и временем. Для единиц этих величин установлены соответствующие эталоны, сравнением с которыми определяется любая длина и любой интервал времени. Единицей длины является метр, а единицей времени — секунда. Все другие кинематические величины не имеют эталонов единиц измерения. Такие ве-

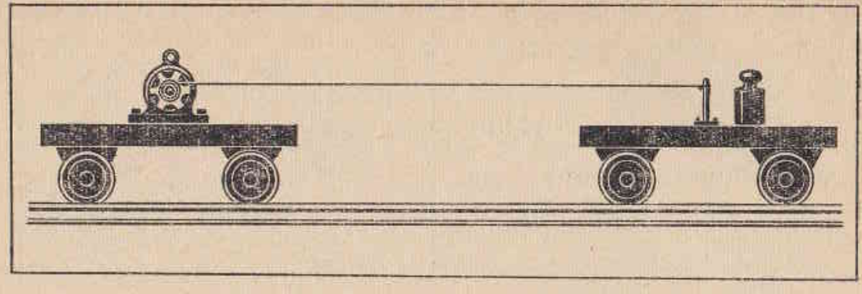


Рис. 70.

личины называются производными. Связь единиц производных величин с единицами основных величин в кинематике вытекает из самих определений этих величин.

При переходе к динамике мы должны ввести еще одну основную величину и установить эталон для единиц ее измерения. Дело в том, что второй закон Ньютона содержит две новые, динамические, величины — силу и массу. Ни одну из этих величин нельзя выразить только через кинематические величины.

С равным правом можно считать основной величиной как силу, так и массу. Выбрав для единицы одной из этих величин эталон, получают единицу для другой, используя второй закон Ньютона. Соответственно получатся две различные системы единиц.

Вводя понятие силы, мы говорили о том, что в качестве эталона силы можно взять пружину, растянутую определенным образом. Однако практически такой эталон силы неудобен, так как, во-первых, трудно изготовить две пружины с совершенно одинаковыми свойствами, а во-вторых, упругие свойства пружин могут несколько изменяться с течением времени и в зависимости от окружающих условий, например температуры. Лучше в качестве единицы силы взять силу, с которой Земля притягивает к себе определенную эталонную гирю.

Но в настоящее время наиболее широко в физике и технике применяются системы единиц, в которых в качестве основной величины взята не сила, а масса. Единица же силы устанавливается на основе второго закона Ньютона.

В Международной системе единиц (СИ) за единицу массы — один килограмм (1 *кг*) — принята масса эталонной гири из сплава платины и иридия, которая хранится в Международном бюро мер и весов в Севре, близ Парижа. Точные копии этой гири имеются во всех странах. Приближенно массу в 1 *кг* имеет литр воды при комнатной температуре. Легко осуществимые практически способы сравнения любой массы с массой эталона мы рассмотрим позднее.

За единицу силы в международной системе единиц принимается сила, которая сообщает телу массой 1 *кг* ускорение 1 *м/сек*^{2}. Эта

сила называется ньютоном (сокращенное обозначение — *н*). Наименование ньютона:

$$1\ н = 1\ кг \cdot 1\ м/сек^2 = 1\ кг \cdot м/сек^2.$$

Длительное время в физике использовалась и используется достаточно широко в настоящее время физическая система единиц СГС.

За единицу длины в этой системе принят сантиметр (1 *см*), за единицу массы — грамм (1 *г*), а единицей времени служит секунда (1 *сек*). **За единицу силы в системе СГС принимается сила, которая телу массой 1 *г* сообщает ускорение 1 *см/сек*^{2}.** Эта единица называется диной (1 *дин*).

Так как 1 *г* = 0,001 *кг*, а 1 *см* = 0,01 *м*, то 1 *н* = 100 000 *дин*.

В технике используется еще одна единица силы, называемая килограмм силой (1 *кгс*).

За 1 *кгс* принята сила, с которой Земля притягивает к себе эталонную гирю массой в 1 *кг*. Применяется также дольная единица — грамм-сила (1 *гс*):

$$1\ кгс = 1000\ гс.$$

О величине массы в 1 *кг* и о силе в 1 *кгс* каждый имеет определенное представление. Сила в 1 *н* примерно в 10 раз меньше 1 *кгс*. Точное соотношение между 1 *н* и 1 *кгс* мы получим позднее.

Дина — очень малая единица силы. Она почти в миллион раз меньше силы в 1 *кгс*.

примеры

§ 36. О смысле законов Ньютона

Что такое инерция? Основное содержание механики Ньютона состоит в утверждении: сила однозначно определяет ускорение тела, но не его скорость. Это нужно очень хорошо представить себе. Сила определяет не скорость, а то, как быстро она изменяется. Поэтому покоящееся тело приобретет заметную скорость под действием силы лишь за некоторый интервал времени.

Ускорение возникает сразу, одновременно с началом действия силы, но скорость нарастает постепенно. Даже очень большая сила не в состоянии сообщить телу сразу какую-либо скорость. Для этого нужно время. Чтобы остановить тело, опять-таки нужно, чтобы тормозящая сила, как бы она ни была велика, действовала некоторое время.

Именно эти факты имеют в виду, когда говорят, что тела инертны. Приведем примеры простых опытов, в которых проявляется инертность тел.

1. На рисунке 71 изображен тяжелый шар, подвешенный на тонкой нити. Внизу к шару привязана точно такая же нить. Если медленно тянуть за нижнюю нить, то, как и следовало ожидать, порвется верхняя нить. Ведь на нее действует и вес шара, и сила, с которой мы тянем шар вниз. Однако если за нижнюю нить очень быстро дернуть, то оборвется именно она, что на первый взгляд довольно странно. Но это легко объяснить. Когда мы тянем за нить медленно, то шар постепенно опускается, растягивая верхнюю нить до тех пор, пока она не оборвется.

Рис. 71.

При быстром рывке с большой силой разрывается нижняя нить. Шар получает большое ускорение, но скорость его не успевает увеличиться сколько-нибудь значительно за тот малый промежуток времени, в течение которого нижняя нить сильно растягивается и обрывается. Верхняя нить поэтому мало растягивается и остается целой.

2. Интересен опыт с палкой, подвешенной на бумажных кольцах (рис. 72). Если резко ударить по палке железным стержнем, то палка ломается, а бумажные кольца остаются невредимыми. Этот опыт вы объясните сами.

3. Наконец, самый, пожалуй, эффектный опыт. Если выстрелить в пустой пластмассовый сосуд, пуля оставит в стенках правильные отверстия. Если же выстрелить в такой сосуд, заполненный водой, то сосуд разорвется на мелкие части. Это объясняется так. Вода очень мало сжимается. Небольшое изменение ее объема приводит к резкому возрастанию давления. Когда пуля очень быстро входит в сосуд, пробив его стенку, давление резко возрастает. Из-за инертности воды ее уровень не успевает повыситься и возросшее давление разрывает сосуд на куски.

Законы Ньютона и повседневный опыт. Основные положения механики достаточно наглядны и просты. Они без особого труда укладываются в нашем сознании. Ведь мы с рождения живем в мире тел, движение которых подчиняется законам механики Ньютона.

Но иногда все же приобретенные из жизненного опыта представления могут подвести. Так, слишком сильно укореняется представление о том, что скорость тела направлена в ту же сторону, куда направлена приложенная к нему сила.

На самом же деле сила определяет не скорость, а ускорение тела. Направление силы совпадает с направлением скорости только в частном случае прямолинейного движения с растущей по модулю скоростью. Например, при движении тела, брошенного горизонтально, сила тяжести направлена вниз, а скорость образует с силой некоторый угол, который в процессе полета тела изменяется.

Немало недоразумений возникает и с третьим законом Ньютона. Иногда с помощью третьего закона пытаются объяснить, почему то или иное тело находится в покое. Например, утверждают, что мел на столе покоится якобы потому, что сила тяжести $\vec{G}$ согласно третьему закону Ньютона равна по модулю и противоположна по направлению силе упругости $\vec{N}$ (сила реакции опоры), действующей на него со стороны стола. На самом деле равенство

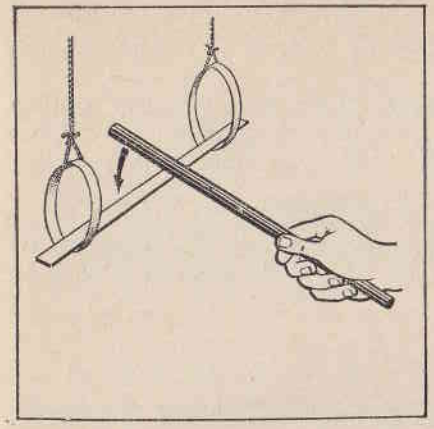


Рис. 72.

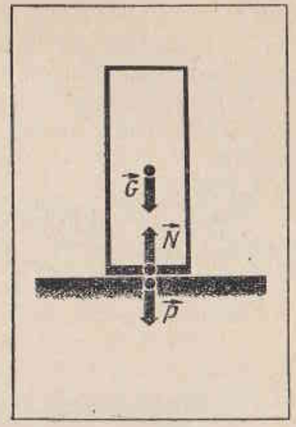


Рис. 73.

$\vec{G} + \vec{N} = 0$ является следствием второго закона Ньютона, а не третьего: ускорение равно нулю, поэтому и сумма сил, действующих на тело, равна нулю. Из третьего же закона Ньютона вытекает лишь, что сила реакции опоры равна по модулю силе $\vec{P}$, с которой мел давит на стол (рис. 73). Эти силы приложены к разным телам.

Значение третьего закона Ньютона. Главное значение третьего закона Ньютона состоит в применении его для исследования движения системы материальных точек[1] или системы тел. Согласно этому закону сумма приложенных к различным телам внутренних сил, т. е. сил, действующих только между телами системы, равна нулю. Действительно, каждой силе, действующей на тело, соответствует сила, имеющая тот же модуль, но противоположное направление. Причем приложена она к другому телу.

Равенство нулю суммы всех внутренних сил системы позволяет доказать важные теоремы динамики и сильно упрощает изучение движения тел в тех случаях, когда их нельзя рассматривать как материальные точки.

О силах в механике. Нам еще предстоит в дальнейшем довольно обстоятельный разговор о силах. Пока же ограничимся несколькими замечаниями.

1. В механике не рассматривается природа тех или иных сил. Не делается попыток выяснить, вследствие каких физических процессов появляются те или иные силы. Это задача других разделов физики.

2. В механике важно лишь знать, при каких условиях возникают силы и каковы их модуль и направление, т. е. знать, как силы зависят от расстояний между телами и от скоростей их дви-

[1] Любое тело можно рассматривать как систему материальных точек.

жения. А знать величину сил, определить, когда и как они действуют, можно, не вникая в природу сил, а лишь располагая способами их измерения.

3. В механике в первую очередь имеют дело с тремя типами сил: гравитационными силами, силами упругости и силами трения. Модули и направления этих сил определяются опытным путем.

Важно, что рассматриваемые в механике силы зависят либо только от расстояний между телами или частями одного тела (гравитация и упругость), либо только от относительных скоростей (трение).

§ 37. Основные задачи механики. Состояние системы тел

С помощью законов Ньютона мы можем не только объяснять наблюдаемые механические явления, но и предсказывать их течение.

Прямая задача механики состоит в нахождении положения и скорости тела в любой момент времени, если известны его положение и скорость в начальный момент времени и действующие на него силы.

Эта задача решается с помощью второго закона Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots \tag{4.10}$$

(основного уравнения механики). Его часто называют *уравнением движения*.

Так как ускорение и сила — величины векторные, то уравнение (4.10) фактически является компактной записью трех уравнений:

$$\begin{cases} ma_x = F_{1x} + F_{2x} + \cdots, \\ ma_y = F_{1y} + F_{2y} + \cdots, \\ ma_z = F_{1z} + F_{2z} + \cdots, \end{cases} \tag{4.11}$$

где a_x, a_y и a_z — проекции вектора ускорения на оси координатной системы, а F_{1x}, F_{1y}, F_{1z}, ... — проекции векторов сил на те же оси. В случае плоского движения достаточно двух уравнений в проекциях, а в случае прямолинейного — одного.

Обычно нам бывают известны из опыта силы как функции координат и скоростей. Зная силы и массу, легко определить проекции ускорения с помощью уравнений (4.11).

Но ускорение, как вы знаете из кинематики, не определяет однозначно скорость тела и его координаты. Так, в случае по-

стоянной проекции ускорения a_x на ось OX проекция скорости v_x и координата x удовлетворяют уравнениям

$$v_x = v_{0x} + a_x t, \tag{4.12}$$

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}. \tag{4.13}$$

Таким образом, для определения проекции скорости в произвольный момент нужно знать проекцию начальной скорости v_{0x} (проекцию скорости в начальный момент $t_0 = 0$), а для определения координаты требуется еще знание начальной координаты x_0.

Если же сила меняется с течением времени, то ускорение также не остается постоянным. В этом случае формулы (4.12) и (4.13) уже не будут справедливыми и зависимость координат и проекций скоростей от времени будет иметь гораздо более сложный вид. Но по-прежнему для их нахождения нужно знать начальные значения координат и проекций скорости.

Расчет траектории космического корабля и его скорости в произвольный момент времени с учетом влияния как Земли, так и других планет — пример сложной задачи, решаемой с помощью электронных вычислительных машин. Более простые задачи — это расчет траектории снаряда, тормозного пути автомобиля и т. д.

Но кроме прямой задачи, законы механики позволяют решать и о б р а т н у ю з а д а ч у. Она состоит в **определении сил по известному или заданному движению,** т. е. по известной зависимости координат, скоростей или ускорений от времени. Такую обратную задачу решал Ньютон, определяя силу тяготения по известным кинематическим законам движения планет (законам Кеплера). В настоящее время подобные задачи решаются при определении формы Земли и расположения в ней горных пород различной плотности посредством точного определения орбит спутников.

Часто приходится решать обратную задачу конструкторам: по заданному движению деталей машины им приходится рассчитывать действующие на них силы. Это необходимо для правильного выбора материалов, формы и размеров деталей, обеспечивающих необходимую прочность.

Во многих случаях силы упругости в растянутых тросах можно определить по ускорению, сообщаемому ими телам, не прибегая к непосредственному измерению их деформаций.

Состояние системы тел в механике. Допустим, что известны массы тел и характер зависимости сил взаимодействия между телами от их координат и скоростей.

Тогда, если нам даны координаты и скорости всех тел системы в некоторый момент времени, второй закон Ньютона позволяет определить радиус-вектор $\vec{r}(t)$ и скорость $\vec{v}(t)$ каждого тела в любой последующий момент времени. Для этого нужно решить систему уравнений движения, используя начальные данные.

Координаты и скорости тел системы в данный момент времени полностью определяют ее механическое состояние. Действительно, если известны механическое состояние системы тел в какой-то один момент времени (начальный момент) и силы, действующие на тела, то можно определить механическое состояние системы в последующие моменты времени, т. е. найти новое положение тел и их скорости.

Вопросы

1. Приведите примеры прямой задачи механики.
2. Приведите примеры обратной задачи механики.
3. Какие величины характеризуют состояние системы тел в механике?

§ 38. Инерциальные системы отсчета

Законы механики справедливы в инерциальных системах отсчета. Мы говорили, что система отсчета, связанная с Солнцем и неподвижными звездами, является инерциальной.

Легко понять, что любая система отсчета, которая движется равномерно и прямолинейно относительно данной инерциальной системы, также является инерциальной. В самом деле, если тело относительно определенной инерциальной системы отсчета движется с постоянной скоростью $\vec{v}_2 = \text{const}$, то и по отношению к системе отсчета, которая сама движется со скоростью $\vec{v} = \text{const}$, тело также будет двигаться с некоторой новой, но постоянной скоростью

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 - \vec{v} = \text{const}.$$

Например, машина, движущаяся по шоссе, параллельному железной дороге, со скоростью 100 *км/ч* вслед за равномерно движущимся со скоростью 60 *км/ч* поездом, имеет по отношению к поезду постоянную скорость 40 *км/ч*.

Напротив, любая система отсчета, движущаяся с ускорением относительно инерциальной системы отсчета, уже будет неинерциальной. Действительно, если $\vec{v}_2 = \text{const}$, а скорость $\vec{v}$ изменяется, то $\vec{v}_1$ также будет меняться с течением времени:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 - \vec{v}.$$

Если в приведенном выше примере скорость поезда увеличивается, то скорость машины по отношению к поезду не будет постоянной.

Так как систему отсчета, связанную с Землей, можно рассматривать как инерциальную, то и системы отсчета, связанные с поездом, движущимся с постоянной скоростью, или кораблем, плывущим по прямой с неизменной скоростью, тоже будут инерциальными. Но как только поезд начнет увеличивать свою скорость, связанная с ним система перестанет быть инерциальной. Закон инерции и другие законы Ньютона перестанут выполняться, если рассматривать движение по отношению к таким системам.

Однако в действительности геоцентрическая система не является строго инерциальной. Мы уже говорили ранее, что наиболее близка к инерциальной система отсчета, связанная с Солнцем и неподвижными звездами. Земля же движется по отношению к этой системе отсчета с ускорением. Во-первых, она вращается вокруг своей оси и, во-вторых, движется по замкнутой орбите вокруг Солнца.

Ускорение, обусловленное вращением вокруг Солнца, очень мало, так как велик период обращения Земли (год). Значительно больше (примерно в шесть раз) ускорение, возникающее из-за вращения Земли вокруг оси с периодом $T = 24$ *ч*. Но и оно невелико. На поверхности Земли у экватора, где это ускорение наибольшее, оно равно:

$$a_0 = \omega^2 R = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R \approx 3{,}5\ см/сек^2,$$

т. е. составляет всего 0,35% от ускорения свободного падения $g = 980\ см/сек^2$. Именно поэтому можно Землю приближенно рассматривать как тело, с которым связана инерциальная система отсчета.

Однако существуют явления, которые нельзя объяснить, если считать геоцентрическую систему отсчета инерциальной. К ним относится, например, вращение относительно Земли плоскости колебаний маятника в знаменитом опыте Фуко, доказывающем вращение Земли.

Рассмотрим колебания маятника в инерциальной системе отсчета. Для большей простоты и наглядности будем считать, что опыт проводится на Северном полюсе. Пусть в начальный момент маятнику сообщается некоторая скорость $\vec{v}_0$. Этим он выводится из состояния равновесия. Действующие на маятник сила $\vec{G}$ притяжения к Земле и сила $\vec{T}$ упругости подвеса маятника лежат в той же вертикальной плоскости, что и скорость (рис. 74). Согласно второму закону Ньютона ускорение маятника совпадает по направлению с равнодействующей силой и поэтому лежат в той же плоскости. Следовательно, в указанной плоскости будет лежать и приращение скорости. А это значит, что с течением времени плоскость колебаний маятника в инерциальной системе отсчета должна оставаться неизменной. Так и происходит в гелиоцентрической системе отсчета. Однако система отсчета, связанная с Землей, не является инерциальной и относительно нее плоскость колебаний маятника поворачивается. Чтобы это обнаружить, необходимо только подвес устроить так, чтобы трение в нем было мало, а сам маятник сделать достаточно массивным.

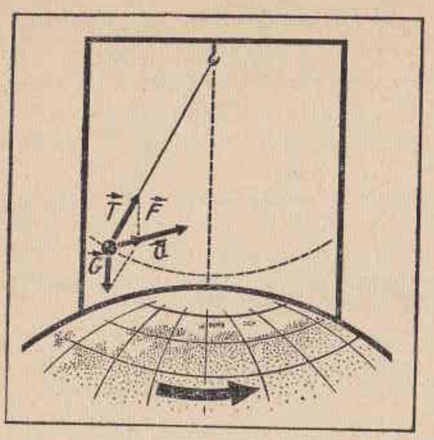


Рис. 74.

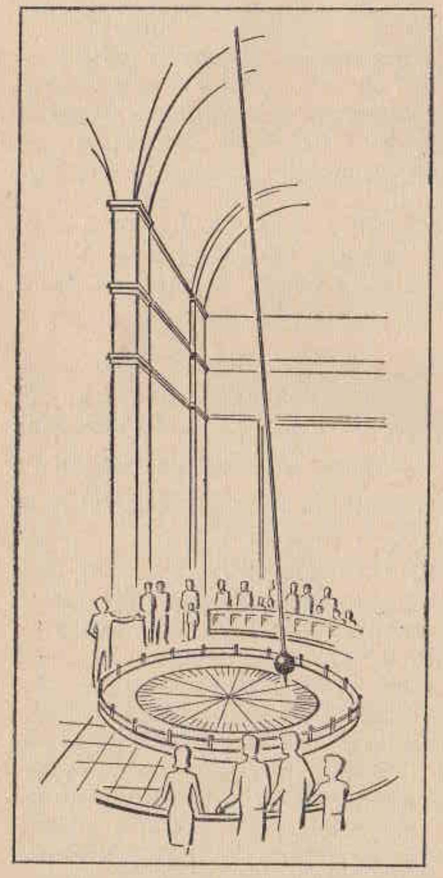


Рис. 75.

Иначе трение в подвесе заставит следовать плоскость колебаний за вращением Земли.

На средних широтах явление будет выглядеть несколько сложнее, но суть его не изменится. Впервые такой опыт был произведен Фуко в 1850 г. в Париже. На рисунке 75 показан маятник Фуко, который демонстрируется в Исаакиевском соборе в Ленинграде. Смещение плоскости колебаний маятника относительно Земли становится заметным уже через несколько минут.

§ 39. Принцип относительности в механике

Галилей первым обратил внимание на то, что равномерное прямолинейное движение по отношению к земле совершенно не сказывается на течении всех механических явлений.

Допустим, вы находитесь в каюте корабля или в вагоне поезда, движущегося совершенно плавно и без толчков. Вы можете спокойно играть в бадминтон или пинг-понг, если хватит места, точно так же, как и на земле (рис. 76). Мяч или волан будут по отношению к стенкам и полу перемещаться точно так же, как и по отношению к земле при игре в обычных условиях. Если не посмотреть в окно, то с уверенностью нельзя будет сказать, что же происходит с поездом: идет он или стоит. Если в движущемся с постоянной

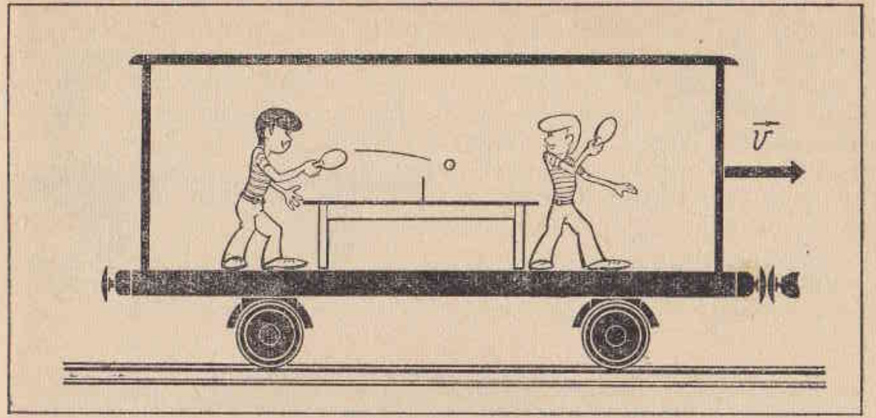


Рис. 76.

скоростью вагоне изучать падение тел, колебания маятников и другие явления, то результаты будут точно такими же, как и при исследовании этих явлений на земле. Когда современный реактивный самолет летит со скоростью около 1000 *км/ч*, в его кабине не происходит ничего, что позволило бы ощутить эту огромную скорость. Вы можете есть, спать, играть в шахматы, чувствуя себя как дома, на земле.

Лишь при резком торможении поезда нужно прилагать дополнительные усилия, чтобы устоять на ногах. При большой болтанке самолета или качке парохода на большой волне об игре в обычные шахматы или мяч не может быть и речи. Все предметы приходится закреплять, для того чтобы они остались на своих местах.

На основании подобных наблюдений можно высказать один из самых фундаментальных законов природы — *принцип относительности*: **все механические явления протекают одинаково во всех инерциальных системах отсчета.** Это утверждение известно как принцип относительности в механике[1].

Если механические явления протекают одинаково во всех инерциальных системах отсчета, то, значит, и законы Ньютона, описывающие эти явления, во всех инерциальных системах отсчета должны иметь одинаковую форму. Они не меняются при переходе от рассмотрения движения в одной инерциальной системе отсчета к его рассмотрению в другой.

В самом деле, в отличие от скоростей ускорения тел во всех инерциальных системах отсчета одинаковы (камень падает с ускорением 980 $см/сек^2$ как по отношению к земле, так и по отношению к равномерно движущемуся поезду). Одинаковы также

[1] Его еще называют принципом относительности Галилея.

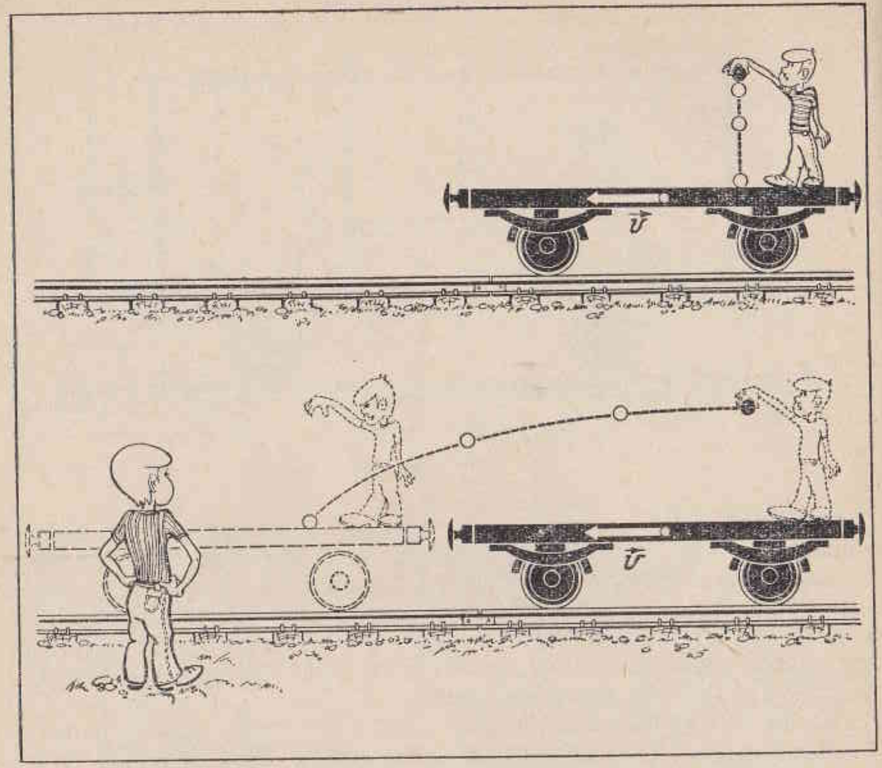


Рис. 77.

во всех инерциальных системах отсчета силы, действующие на тело. Ведь силы зависят от расстояний между телами или скоростей их движения друг относительно друга. А эти расстояния и относительные скорости остаются неизменными при переходе от одной инерциальной системы к другой. Именно потому, что ускорения и силы не меняются при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, сохраняется неизменной и связь между ними — второй закон Ньютона[1].

Утверждение о независимости законов механики от выбора инерциальной системы отсчета является другой формулировкой принципа относительности в механике. Обе формулировки равноценны.

Не нужно думать, что выполнение принципа относительности означает полную тождественность движения одного и того же тела относительно различных инерциальных систем отсчета. Тождественны лишь законы движения. Характер же движения тела

[1] Независимость массы тела от выбора системы отсчета — важнейший опытный факт механики Ньютона.

определяется не только законами движения, но и начальными скоростями и начальными координатами. А начальные скорости и начальные координаты данного тела относительно разных систем отсчета различны. Так, камень будет падать отвесно, если его начальная скорость равна нулю по отношению к земле. В равномерно движущемся поезде камень также будет падать отвесно по отношению к стенкам вагона, если начальная скорость камня по отношению к поезду равна нулю. Но с точки зрения наблюдателя на земле камень, падающий отвесно в поезде, будет двигаться по параболе (рис. 77).

Дело в том, что начальная скорость камня по отношению к системе отсчета, связанной с землей, отлична от нуля и равна скорости поезда.

В 1905 г. Альберт Эйнштейн распространил принцип относительности на электромагнитные и прочие явления. Благодаря этому принцип относительности стал общим законом природы. Не только механические, но и все другие явления протекают совершенно одинаково во всех инерциальных системах отсчета.

Вопросы

1. Приведите формулировки принципа относительности в механике.
2. В какие моменты времени систему отсчета, связанную с лифтом, можно считать инерциальной, а в какие нельзя?
3. Часто, глядя из окна вагона на соседний поезд, трудно сразу сообразить, тронулся ли ваш поезд или поезд на соседнем пути. Почему?

§ 40. Краткий итог главы «Законы механики Ньютона»

Основу классической механики составляют три закона, открытые Ньютоном для тел, размерами которых можно пренебречь (для материальных точек). Эти законы справедливы непосредственно при рассмотрении движения относительно инерциальных систем отсчета.

Первый закон Ньютона утверждает, что существуют системы отсчета, называемые инерциальными, относительно которых тела, достаточно удаленные от всех других тел, движутся равномерно и прямолинейно.

Согласно второму закону Ньютона произведение массы на ускорение равно сумме действующих на тело сил:

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = \vec{F}.$$

Третий закон Ньютона гласит: силы, с которыми тела действуют друг на друга, равны по модулю и противоположны по направлению.

С помощью законов механики можно вычислить положение и скорость тела в любой момент времени по известным силам и начальным условиям (прямая задача) или найти силы по заданному движению (обратная задача).

§ 41. Решение задач на динамику прямолинейного движения

Законы Ньютона позволяют найти координаты и скорости тел в любой момент времени, если известны действующие на тела силы и начальное значение координат и скоростей. С другой стороны, если известно движение тел, то с помощью законов Ньютона можно найти действующие на них силы. Такова общая постановка задач динамики. Но в зависимости от того, что нам известно и что нас интересует, задачи могут ставиться и иначе. Иногда нужно определить только скорости тел или ускорения, а иногда только силы по известным ускорениям.

Сначала рассмотрим наиболее простой случай движения тел — прямолинейное поступательное движение, когда все части тела перемещаются вдоль параллельных прямых. Для описания такого движения тел можно использовать законы Ньютона, справедливые непосредственно для материальных точек (см. § 30). Кроме того, почти во всех задачах силы будем считать постоянными.

Правила, которыми вы будете пользоваться при решении задач на динамику поступательного прямолинейного движения тел, во многих отношениях являются общими для всех задач по динамике. Поэтому познакомимся с этими правилами подробнее[1].

1. Движение любого тела определяется всеми действующими на него силами. Следовательно, надо прежде всего выяснить, какие силы действуют на данное тело, и изобразить все известные силы на чертеже. При этом полезно отчетливо выяснить, со стороны каких тел действуют рассматриваемые силы.

Следует помнить, что действие одного тела на другое всегда носит характер взаимодействия. Силы взаимодействия подчиняются третьему закону Ньютона.

2. Уравнение движения — второй закон Ньютона — имеет векторную форму. Для решения же задачи обычно нужно от векторной формы перейти к уравнениям для проекций на оси координат[2]. Следовательно, необходимо сначала выбрать систему координат. Делать это нужно разумно, чтобы уравнения движения имели по возможности простой вид. В случае прямолинейного движения проще всего одну из координатных осей направить вдоль прямой,

[1] Не надо пытаться сразу усвоить эти правила. Сначала просто просмотрите их. Детально с ними лучше знакомиться при решении конкретных задач.

[2] Вспомните, что векторное уравнение есть компактная запись трех, в общем случае, уравнений для проекций. Проекции вектора определяют как его модуль, так и направление.

по которой движется тело. Тогда в направлении, перпендикулярном направлению движения тела, сумма проекций сил равна нулю, так как ускорение в этом направлении отсутствует.

Проекция вектора на какую-либо ось равна произведению модуля вектора на косинус угла между осью и вектором. Следовательно, если вектор силы образует с координатными осями OX, OY и OZ углы α, β и γ, то его проекции могут быть вычислены по формулам

$$F_x = F\cos\alpha, \quad F_y = F\cos\beta, \quad F_z = F\cos\gamma.$$

3. При решении задач на движение системы тел второй закон Ньютона нужно записывать для каждого тела в отдельности. Одних уравнений движения может при этом оказаться недостаточно. Нужны еще дополнительные условия, выражающие зависимость между ускорениями тел системы. Эти условия называются кинематическими. Например, грузы, связанные нерастяжимыми нитями, будут двигаться с одинаковыми по модулю ускорениями, если нет подвижных блоков.

4. Записав систему уравнений для данной задачи, надо проследить за тем, чтобы общее число уравнений равнялось числу неизвестных.

Полезно получить решение задачи сначала в общем виде и посмотреть, как будут изменяться найденные величины при изменении величин, данных в условиях задачи.

Перед подстановкой числовых значений в расчетную формулу следует все величины выразить в единицах одной системы.

5. Если в задаче требуется найти не только силы и ускорения, но также координаты и скорости, то, кроме уравнений движения, нужно еще использовать кинематические уравнения:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t, \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}. \qquad (4.14)$$

Эти уравнения справедливы при $\vec{a} = \text{const}$, т. е. при действии на тела постоянных сил.

§ 42. Примеры решения задач на динамику прямолинейного движения

В этом параграфе мы начнем знакомство с задачами, для решения которых не нужно знать характер зависимости сил от расстояний между телами (или частями одного тела) и от их скоростей. Единственно, что нам потребуется, это выражение для силы тяжести вблизи поверхности Земли: $G = mg$. О силах тяготения речь пойдет в следующей главе, но данное выражение вам знакомо из курса физики VI класса.

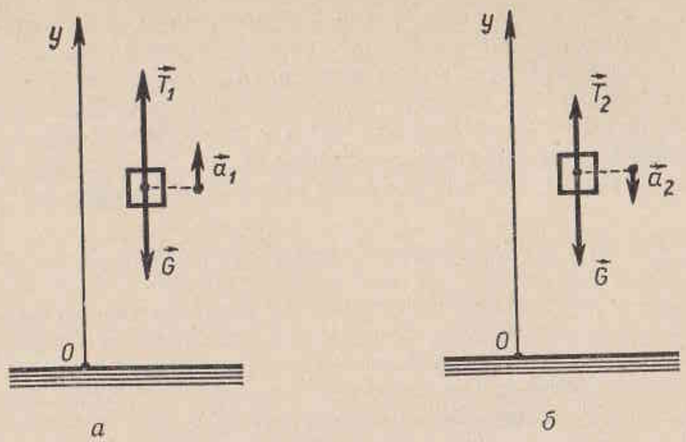


Рис. 78.

Задача 1. Определите силу упругости $\vec{T}$ каната, к которому подвешен лифт массой $m = 300$ *кг*, если лифт движется: 1) с ускорением $a_1 = 1{,}6$ *м/сек²*, направленным вверх; 2) с ускорением $a_2 = 0{,}8$ *м/сек²*, направленным вниз.

Решение. На лифт действуют две силы: сила тяжести $\vec{G}$ и сила упругости каната $\vec{T}$ (рис. 78). Направим какую-либо координатную ось, например ось OY, вертикально вверх. Тогда уравнение движения — второй закон Ньютона для проекций на эту ось — примет вид:

$$ma_y = T_y + G_y.$$

Так как $T_y = T$, а $G_y = -mg$, то

$$ma_y = T - mg.$$

В первом случае $a_y = a_1$ (рис. 78, *а*).

Поэтому

$$ma_1 = T_1 - mg.$$

Отсюда

$$T_1 = m(a_1 + g) \approx 3420 \text{ } н.$$

Во втором случае $a_y = -a_2$ (рис. 78, *б*); следовательно,

$$-ma_2 = T_2 - mg,$$

или

$$T_2 = m(g - a_2) \approx 2700 \text{ } н.$$

Задача 2. С какой силой нужно действовать на тело массой $m = 5$ *кг*, чтобы оно падало вертикально вниз с ускорением $a = 15$ *м/сек²*?

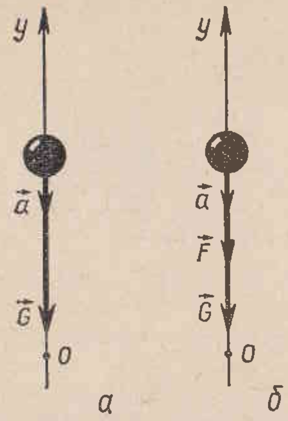


Рис. 79

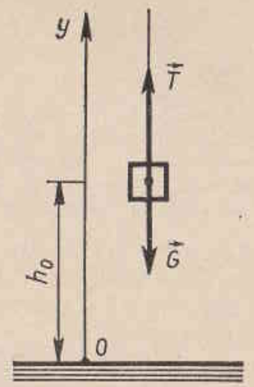


Рис. 80.

Решение. На тело действуют две силы: сила тяжести $\vec{G}$ и сила $\vec{F}$. Поскольку величина и направление силы $\vec{F}$ неизвестны, можно на рисунке сначала изобразить только силу $\vec{G}$ (рис. 79, *а*).

Согласно второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{G} + \vec{F}.$$

Отсюда

$$\vec{F} = m\vec{a} - \vec{G}.$$

Так как векторы $m\vec{a}$ и $\vec{G}$ в любой момент времени лежат на одной прямой, то и вектор $\vec{F}$, являясь их разностью, лежит на той же прямой.

Таким образом, искомая сила может быть направлена либо вверх, либо вниз.

Чтобы определить величину и направление силы $\vec{F}$, найдем ее проекцию на ось OY, направленную вертикально вверх.

Учитывая, что $G_y = -mg$ и $a_y = -a$, можно выражение для силы $\vec{F}$ в проекциях на ось OY написать так:

$$F_y = m(g - a).$$

Так как $a > g$, то $F_y < 0$, т. е. сила $\vec{F}$ направлена вниз (рис. 79, *б*).

Наоборот, при $a < g$ мы получили бы $F_y > 0$ и сила $\vec{F}$ была бы направлена вверх.

Для рассматриваемого случая

$$F_y = 5\ кг\,(9{,}8\ м/сек^2 - 15\ м/сек^2) = -26\ н,$$

$$F = |F_y| = 26\ н.$$

Задача 3. Груз массой $m = 100$ *кг* начали поднимать при помощи лебедки, когда он находился на высоте $h_0 = 2$ *м* от поверхности земли. На какой высоте h будет находиться груз через промежуток времени $t = 4$ *сек* после начала подъема, если на него со стороны каната действует постоянная сила $F = 1080$ *н*? Начальная скорость груза равна нулю.

Решение. Силы, действующие на груз, изображены на рисунке 80. Координатную ось OY, как и в предыдущей задаче, будем считать направленной вверх. Начало координат выберем на поверхности земли.

Так как на груз действуют постоянные силы, то согласно второму закону Ньютона он будет двигаться с постоянным ускорением. Следовательно, чтобы определить положение груза в любой момент времени, надо воспользоваться кинематическим уравнением:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

Поскольку в данном случае $y_0 = h_0$, $v_{0y} = 0$ (начальная скорость груза равна нулю), $y = h$, то это уравнение примет вид:

$$h = h_0 + \frac{a_y t^2}{2}.$$

Проекцию ускорения на ось OY найдем по второму закону Ньютона:

$$ma_y = F_y + G_y.$$

Так как $F_y = F$ и $G_y = -mg$, то

$$a_y = \frac{F - mg}{m}.$$

Поэтому

$$h = h_0 + \frac{(F - mg)\,t^2}{2m} = 10\ м.$$

Задача 4. Трамвай массой $m = 10^4$ *кг* при торможении останавливается под действием силы трения $F_{тр} = 1000$ *н* за 1 *мин*. С какой скоростью шел трамвай?

Решение. На трамвай при торможении действуют три силы: в горизонтальном направлении — сила трения $\vec{F}_{тр}$, а в вертикальном — сила тяжести $\vec{G}$ и уравновешивающая ее сила реакции рельсов $\vec{N}$. Примем за положительное направление оси OX направление начальной скорости $\vec{v}_0$ (рис. 81).

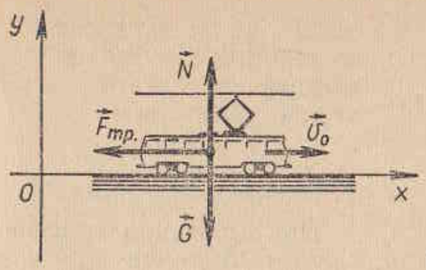


Рис. 81.

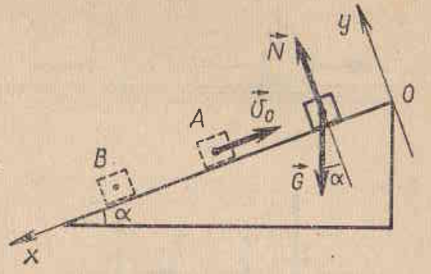


Рис. 82.

Поскольку ускорение трамвая постоянно и направлено вдоль оси OX, его скорость в момент начала торможения можно определить из уравнения

$$v_x = v_{0x} + a_x t.$$

Учитывая, что $v_{0x} = v_0$ и в момент остановки $v_x = 0$, получим:

$$v_0 = -a_x t.$$

Проекцию ускорения на ось OX найдем по второму закону Ньютона:

$$ma_x = F_{тр\,x} + N_x + G_x.$$

Так как $F_{тр\,x} = -F_{тр}$, $N_x = 0$, $G_x = 0$, то

$$ma_x = -F_{тр}.$$

Отсюда

$$a_x = -\frac{F_{тр}}{m}.$$

Следовательно,

$$v_0 = -a_x t = \frac{F_{тр}}{m} \cdot t = 6\ м/сек = 21{,}6\ км/ч.$$

Задача 5. В результате полученного толчка брусок начал скользить вверх по наклонной плоскости с начальной скоростью $v_0 = 3$ *м/сек*. Найдите положение бруска относительно высшей точки наклонной плоскости через промежуток времени $t = 1{,}5$ *сек* после начала движения, если угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30°$. В начальный момент брусок находился на расстоянии $l = 1$ *м* от высшей точки наклонной плоскости. Трение не учитывать.

Решение. На брусок действует сила тяжести $\vec{G}$ и сила реакции $\vec{N}$ наклонной плоскости, перпендикулярная последней. За начало координат примем высшую точку наклонной плоскости. Координатную ось OX направим вдоль наклонной плоскости вниз (рис. 82). Так как на брусок действуют постоянные силы, то вдоль

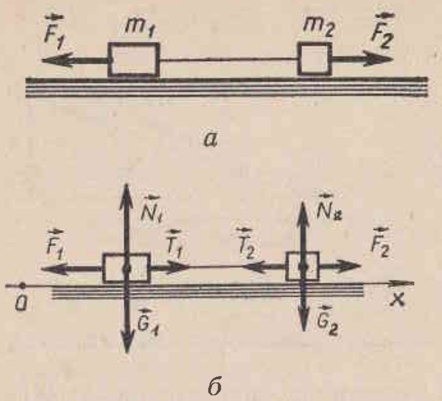


Рис. 83.

оси OX он будет двигаться с постоянным ускорением. Изменение координаты описывается уравнением

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

При выбранном направлении оси OX имеем: $v_{0x} = -v_0$ и $x_0 = l$. Поэтому

$$x = l - v_0 t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Проекцию ускорения на ось OX найдем по второму закону Ньютона:

$$ma_x = G_x + N_x.$$

Поскольку $G_x = mg \sin\alpha$, а $N_x = 0$, то

$$a_x = g \cdot \sin\alpha.$$

Таким образом,

$$x = l - v_0 t + \frac{g \sin\alpha}{2} t^2 = 2 \text{ м}.$$

Если в начальный момент брусок находился в точке A, то через 1,5 *сек* он будет находиться в точке B, которая лежит ниже точки A на расстоянии 1 *м* от нее.

Задача 6. Два тела, массы которых равны $m_1 = 0{,}6$ *кг* и $m_2 = 0{,}4$ *кг*, связаны нитью и лежат на горизонтальной плоскости (рис. 83, *а*). С каким ускорением движутся тела, если к телу массой m_1 приложена сила $F_1 = 10$ *н*, а к телу массой m_2 в противоположном направлении — сила $F_2 = 8$ *н*? С какой по модулю силой нить действует на каждое тело? Трением между телами и плоскостью пренебречь. Нить считать нерастяжимой и невесомой.

Решение. Изобразим силы, действующие на каждое из тел (рис. 83, *б*). На первое тело действуют сила $\vec{F_1}$, сила тяготения $\vec{G_1} = m_1\vec{g}$, сила реакции плоскости $\vec{N_1}$ и со стороны нити сила упругости $\vec{T_1}$. На второе тело действуют сила $\vec{F_2}$, сила тяготения $\vec{G_2} = m_2\vec{g}$, сила реакции плоскости $\vec{N_2}$ и сила упругости $\vec{T_2}$ со стороны нити.

Направим ось OX вдоль горизонтальной плоскости слева направо. В этом случае

$$F_{1x} = -F_1, \quad T_{1x} = T_1, \quad F_{2x} = F_2,$$

$$T_{2x} = -T_2, \quad N_{1x} = 0, \quad G_{1x} = 0, \quad N_{2x} = 0 \text{ и } G_{2x} = 0.$$

Поэтому для рассматриваемых тел второй закон Ньютона в проекциях на ось OX запишется так:

$$m_1 a_{1x} = T_1 - F_1,$$

$$m_2 a_{2x} = F_2 - T_2.$$

Из этих двух уравнений нельзя найти четыре неизвестные величины a_{1x}, a_{2x}, T_1 и T_2. Нужны два дополнительных уравнения. Одно из них (кинематическое условие) непосредственно вытекает из условия нерастяжимости нити:

$$a_{1x} = a_{2x} = a_x.$$

Сложнее доказать, что силы $\vec{T_1}$ и $\vec{T_2}$ равны по величине. Обозначим силу, действующую на нить со стороны первого тела, через $\vec{T_1}'$, а со стороны второго — через $\vec{T_2}'$ (рис. 84). Так как нить невесома, то на нее действуют только эти две силы. Применим второй закон Ньютона к нити:

$$m_н \vec{a} = \vec{T}_1' + \vec{T}_2'.$$

Но у невесомой нити нет массы ($m_н = 0$). Поэтому

$$\vec{T}_1' + \vec{T}_2' = 0,$$

или

$$\vec{T}_1' = -\vec{T}_2'.$$

Согласно третьему закону Ньютона

$$\vec{T_1} = -\vec{T}_1' \text{ и } \vec{T_2} = -\vec{T}_2'.$$

Следовательно,

$$\vec{T_1} = -\vec{T_2}.$$

Мы пришли к выводу, что невесомая нить действует на тела с равными по модулям и противоположными по направлению силами. Учитывая условия $T_1 = T_2 = T$ и $a_{1x} = a_{2x} = a_x$, можно уравнения движения переписать так:

$$m_1 a_x = T - F_1,$$

$$m_2 a_x = F_2 - T.$$

Рис. 84.

Рис. 85.

Решая эту систему уравнений, получим:

$$a_x = \frac{F_2 - F_1}{m_1 + m_2} = -2\ м/сек^2, \qquad T = \frac{m_1F_2 + m_2F_1}{m_1 + m_2} = 8{,}8\ н.$$

Проекция вектора ускорения на ось OX отрицательна. Это означает, что вектор ускорения направлен в сторону, противоположную положительному направлению оси OX. При $F_2 > F_1$ вектор ускорения был бы направлен так же, как и ось OX, потому что в этом случае $a_x > 0$. Если $F_2 = F_1$, то ускорение тел равно нулю.

Упражнение 5

1. К центру шара приложена сила $\vec{F}$ (рис. 85). В каком направлении движется шар?

2. На тело действует сила в направлении его скорости. Модуль этой силы постепенно уменьшается до нуля. Какое движение будет совершать тело и в какой момент времени его скорость будет максимальной?

3. Стальная проволока выдерживает груз массой до 450 *кг*. С каким наибольшим ускорением можно поднимать груз массой $m = 400$ *кг*, подвешенный на этой проволоке, чтобы она не оборвалась?

4. Тепловоз на горизонтальном участке пути длиной $s = 600$ *м* развивает постоянную силу тяги $F = 147\,000$ *н*. Скорость поезда возрастает при этом с $v_0 = 36$ *км/ч* до $v = 54$ *км/ч*. Определите силу сопротивления движению F_c, считая ее постоянной. Масса поезда $m = 1000$ *т*.

5. Два груза массами $m_1 = 0{,}26$ *кг* и $m_2 = 0{,}24$ *кг* соединены нерастяжимой нитью, перекинутой через неподвижный блок. Найдите: 1) ускорения, с которыми движутся грузы; 2) натяжение (силу упругости) нити; 3) расстояние, пройденное каждым грузом за 2 *сек*. Блок и нить считать невесомыми, трением пренебречь.

§ 43. Решение задач на динамику равномерного движения по окружности

Будем решать только такие задачи, в которых тела можно считать материальными точками. Для этого размеры тела должны быть много меньше радиуса той окружности, по которой оно движется. При выполнении этого условия ускорения всех участков

тела практически одинаковы и можно говорить об определенном ускорении тела в целом.

Рис. 86.

Задачи на динамику равномерного движения по окружности в принципе не отличаются от задач на динамику прямолинейного движения. Различие состоит лишь в том, что при прямолинейном движении ускорение, а значит, и геометрическая сумма сил, действующих на тело, согласно второму закону Ньютона направлены в любой момент времени вдоль скорости (либо по скорости — рис. 86, либо против нее — рис. 87), а при равномерном движении по окружности ускорение, а значит, и геометрическая сумма сил перпендикулярны скорости и направлены к центру окружности (рис. 88). Надо отчетливо представить себе, что равномерное движение по окружности есть движение с постоянным по модулю ускорением. Следовательно, при этом движении геометрическая сумма сил, приложенных к телу, изменяя непрерывно свое направление, остается постоянной по модулю.

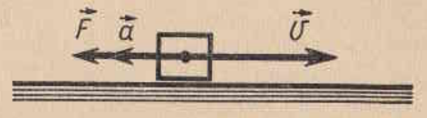


Рис. 87.

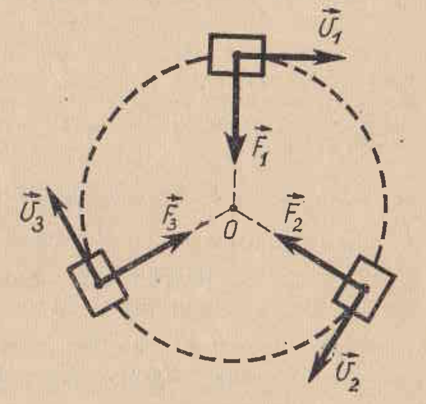


Рис. 88.

Иногда силу, вызывающую равномерное движение по окружности, называют центростремительной силой, так как она неизменно направлена к центру. Но это не какая-то особая по своей природе сила. В общем случае центростремительная сила есть просто геометрическая сумма всех сил, действующих на тело при равномерном движении по окружности.

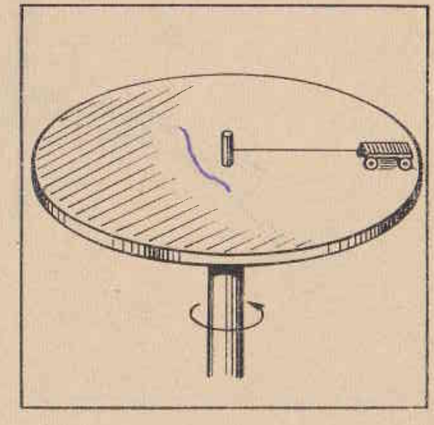


Рис. 89.

Значительно облегчает решение задач на динамику равномерного движения по окружности то обстоятельство, что в этом случае между ускорением тела, его скоростью и радиусом окружности существует простая, не меняющаяся со временем связь:

$$a = \frac{v^2}{R}.$$

Так как любое движение тела определяется всеми действующими на него силами, то при решении задач на динамику равномерного движения по окружности надо руководствоваться общими правилами решения задач на динамику, которые изложены в § 41.

§ 44. Примеры решения задач

Задача 1. На диске, который может вращаться в горизонтальной плоскости, находится тележка массой $m = 2,5$ *г*, прикрепленная к нити. Второй конец нити закреплен на оси диска (рис. 89). С какой силой нить действует на тележку, если диск вращается с частотой $n = 10$ *об/сек*, а длина нити $l = 20$ *см*?

Решение. На тележку действуют три силы: сила тяжести $\vec{G}$, сила реакции диска $\vec{N}$ и сила $\vec{F}$ со стороны нити.

Так как сумма сил $\vec{N}$ и $\vec{G}$ равна нулю (вдоль вертикали тележка не имеет ускорения), то ускорение тележке сообщает только сила $\vec{F}$. Она и заставляет тележку двигаться по окружности.

По второму закону Ньютона

$$ma = F.$$

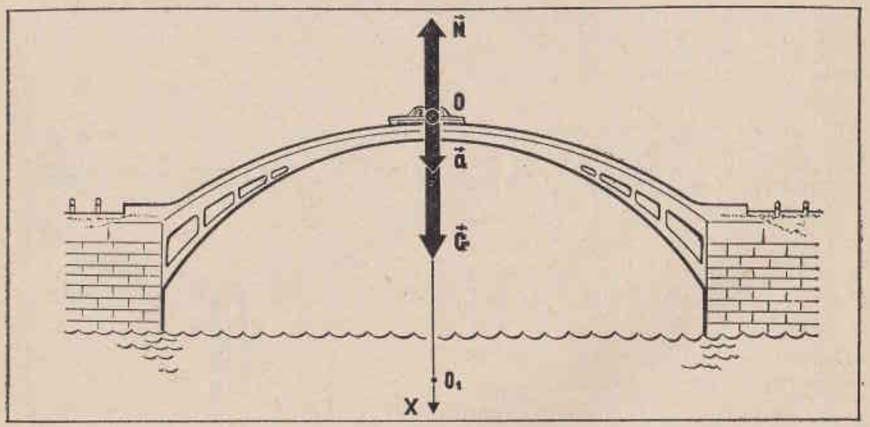


Рис. 90.

Поскольку тележка двигается по окружности равномерно, то

$$a = \frac{v^2}{R},$$

и второй закон Ньютона имеет вид:

$$\frac{mv^2}{R} = F.$$

Учитывая, что $v = \omega R = 2\pi n R$, получим:

$$F = 4\pi^2 n^2 m R \approx 19,7 \text{ н}.$$

Согласно третьему закону Ньютона тележка действует на нить с такой же по модулю силой, но направленной вдоль нити от центра окружности. Эта сила растягивает нить.

Задача 2. Автомобиль массой $m = 5000$ *кг* движется по выпуклому мосту со скоростью $v = 36$ *км/ч*. Найдите силу $\vec{P}$, с которой автомобиль действует на середину моста. С какой минимальной скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы он не действовал на мост в его верхней точке? Радиус кривизны моста $R = 50$ *м*.

Решение. На автомобиль действуют две силы: сила тяжести $\vec{G}$ и сила реакции моста $\vec{N}$ (рис. 90). Согласно третьему закону Ньютона сила $\vec{P}$, с которой автомобиль действует на мост, по величине равна силе $\vec{N}$ и направлена вертикально вниз.

Силу $\vec{N}$ найдем из второго закона Ньютона. Свяжем начало координат с верхней точкой моста и направим ось OX вертикально вниз. Тогда второй закон Ньютона в проекциях на эту ось примет вид:

$$ma_x = G_x + N_x.$$

Так как $a_x = a = \frac{v^2}{R}$, $G_x = mg$ и $N_x = -N$,

то

$$\frac{mv^2}{R} = mg - N.$$

Отсюда

$$N = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right) = 39\,000 \text{ н}$$

С такой же по модулю силой автомобиль действует на мост:

$$P = N = 39\,000 \text{ н}.$$

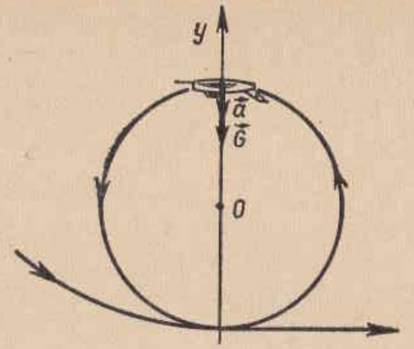


Рис. 91.

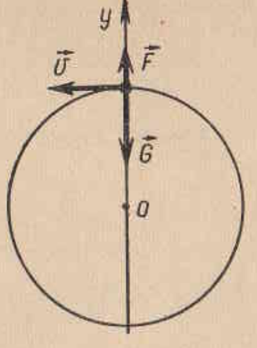


Рис. 92.

Автомобиль перестанет действовать на мост, когда сила $\vec{N}$ станет равной нулю, т. е. при выполнении условия

$$g - \frac{v_{\text{мин}}^2}{R} = 0.$$

Отсюда

$$v_{\text{мин}} = \sqrt{gR} \approx 22{,}2 \text{ м/сек}.$$

При этой скорости в верхней точке моста на автомобиль действует только сила тяжести. Если $v > v_{\text{мин}}$, то автомобиль оторвется от моста, не доезжая до его середины.

З а д а ч а 3. Самолет описывает петлю Нестерова[1], двигаясь равномерно со скоростью $v = 270$ *км/ч*. Найдите величину и направление силы $\vec{F}$, с которой сиденье действует на летчика в верхней точке петли, если радиус петли $R = 750$ *м*, а масса летчика $m = 70$ *кг*.

Р е ш е н и е. На летчика действуют две силы: сила тяжести $\vec{G}$ и сила упругости $\vec{F}$ со стороны сиденья, величина и направление которой нам неизвестны. Согласно второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{G} + \vec{F}.$$

Отсюда

$$\vec{F} = m\vec{a} - \vec{G}.$$

Если самолет движется по окружности равномерно, то ускорение направлено к центру окружности. Так как в верхней точке петли векторы $\overrightarrow{ma}$ и $\vec{G}$ лежат на одной прямой (рис. 91), то и вектор $\vec{F}$ лежит на той же прямой. Следовательно, искомая сила $\vec{F}$ в верхней точке петли может быть направлена либо вверх, либо вниз.

[1] П. Н. Н е с т е р о в — русский военный летчик. В 1913 г. впервые в мире проделал на самолете «мертвую петлю» — петлю Нестерова — и этим положил начало высшему пилотажу.

Чтобы определить величину и направление силы $\vec{F}$, найдем ее проекцию на ось OY, направив эту ось вертикально вверх.

Поскольку $a_y = -a = -\frac{v^2}{R}$ и $G_y = -G$, то

$$F_y = mg - \frac{mv^2}{R} = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right) = 160 \text{ н}.$$

Проекция силы $\vec{F}$ на ось OY положительна. Значит, сила направлена вертикально вверх (рис. 92). Ее создают ремни, при помощи которых летчик удерживается на сиденье.

Упражнение 6

1. На тонкой нити закреплен шарик. Нить приводят в горизонтальное положение, не натягивая её, и отпускают. В каких точках траектории ускорение шарика направлено вертикально вниз и в каких — вертикально вверх?
2. Барабан сушильной машины диаметром $D = 1{,}96$ *м* вращается с угловой скоростью $\omega = 20$ *рад/сек*. Определите, во сколько раз сила F, с которой ткань прижимается к стенке, больше действующей на нее силы тяжести G.
3. Автомобиль массой $m = 2000$ *кг* движется со скоростью $v = 36$ *км/ч* по вогнутому мосту. Радиус кривизны моста $R = 100$ *м*. С какой силой давит автомобиль на мост, проезжая через его середину?
4. На стержне длиной 1 *м* закреплен шар массой 1 *кг*. Стержень равномерно вращается в вертикальной плоскости со скоростью 2 *м/сек* (или со скоростью 6 *м/сек*). С какой силой и в каком направлении шар действует на стержень в верхней точке траектории?
5. Какую скорость v должен иметь вагон, движущийся по закруглению радиуса $R = 98$ *м*, чтобы шар, подвешенный на нити к потолку вагона, отклонился от вертикали на угол $\varphi = 45°$? Какова сила натяжения нити, если масса шара $m = 10$ *кг*?
6. Шарик массой 70 *г*, подвешенный на нити, движется равномерно по окружности в горизонтальной плоскости. Чему равна сила натяжения нити, если нить длиной 70 *см* образует с вертикалью угол 45°? Определите модуль скорости движения шарика.
7. Грузик массой 20 *г*. прикреплен к концу стержня длиной 40 *см*, который равномерно вращается в вертикальной плоскости вокруг другого конца, делая 10 *об/сек*. Чему равна сила натяжения стержня, когда грузик проходит верхнюю и нижнюю точки своей траектории? Массой стержня пренебречь.

Глава V

СИЛЫ В МЕХАНИКЕ

§ 45. Силы в природе

Для того чтобы можно было рассчитывать траектории движения тел как в сложных случаях, так и в самых простых, нужно знать величину сил. Мы уже говорили, что в рамках самой механики природа сил не исследуется. Все сведения о силах черпают из опыта либо же получают в результате теоретических вычислений, основанных на определенных представлениях о строении вещества.

Пока что о силах было сообщено очень мало конкретных сведений. Теперь мы займемся более или менее детальным выяснением того, при каких же условиях возникают силы взаимодействия между телами и от чего зависит значение их модулей.

Рассмотрим подробнее силы тяготения, силы упругости и силы трения, так как именно с этими силами обычно имеют дело в механике.

Однако прежде остановимся очень кратко на силах в природе вообще.

Четыре типа сил. В безграничных просторах вселенной, на нашей планете, в любом куске вещества, в живых организмах, в атомах, атомных ядрах и, наконец, при взаимных превращениях элементарных частиц мы встречаемся с проявлением всего лишь четырех типов сил. Это силы всемирного тяготения (или гравитационные силы), электромагнитные силы, ядерные и так называемые слабые взаимодействия.

Четыре основных типа сил дают ключ к пониманию бесконечно разнообразных процессов. Эти силы резко различаются по своим свойствам: по числовым значениям, характеру зависимости от расстояний и т. д. Каждый тип сил имеет свою сферу действия и круг процессов, где они особо существенны.

Гравитационные силы господствуют в мире космических тел. По крайней мере одно из взаимодействующих тел должно быть так же велико, как Земля или Луна. Иначе эти силы будут столь малы, что ими можно будет пренебречь.

Электромагнитные силы действуют между частицами, имеющими электрические заряды. Сфера их действия особенно обширна и разнообразна. В атомах, молекулах, кусках вещества и живых организмах именно электромагнитные силы являются главными. Велика их роль и внутри атомных ядер.

Область действия ядерных сил очень ограничена. Они сказываются заметным образом только внутри атомных ядер (т. е. на расстоянии порядка 10^{-12} *см*). Уже на расстояниях порядка 10^{-11} *см* между частицами (в тысячу раз меньших размеров атома — 10^{-8} *см*) они не проявляются совсем.

Наконец, слабые взаимодействия определяют процессы в еще меньших масштабах. Они действуют в основном внутри элементарных частиц, определяя превращения их друг в друга.

Ядерные силы самые мощные в природе. Они превосходят электромагнитные силы примерно в 100 раз, а слабые взаимодействия они превосходят даже в сто тысяч миллиардов раз. Гравитационные силы по величине во много раз уступают слабым взаимодействиям.

Надо сказать, что лишь гравитационные и электромагнитные силы можно рассматривать как силы в смысле механики Ньютона. Ядерные и слабые взаимодействия проявляются на таких малых расстояниях, когда законы механики Ньютона, а с ними вместе и понятие механической силы теряют смысл. Если и в этих случаях употребляют термин «сила», то только как синоним слова «взаимодействие».

Гравитационные силы подчиняются сравнительно простым количественным закономерностям, и мы начнем рассмотрение сил в механике с них.

Электромагнитные силы много сложнее. Силы упругости, которые позволяют твердым телам сохранять свою форму, препятствуют изменению объема жидкостей и сжатию газов, силы трения, тормозящие движения твердых тел, жидкостей и газов и, наконец, сила наших мышц — все это электромагнитные силы.

Мы не будем рассматривать электромагнитную природу силы упругости и трения. С помощью опыта можно выяснить условия, при которых возникают эти силы, и выразить их количественно.

I. ГРАВИТАЦИОННЫЕ СИЛЫ

§ 46. Силы тяжести у поверхности Земли

Во второй главе подробно говорилось о том, что земной шар сообщает всем телам у поверхности Земли одно и то же ускорение — ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ *м/сек*^{2}.

Но если земной шар сообщает телу ускорение, то, следовательно, согласно второму закону Ньютона он действует на тело с некоторой силой. Эту силу называют силой тяжести. Направлена сила тяжести, как и ускорение свободного падения, по нормали к поверхности Земли[1]. Найдем ее величину.

Ускорение по абсолютной величине определяется из второго закона Ньютона:

$$a = \frac{F}{m}.$$

В общем случае оно зависит от силы, действующей на тело, и его массы. Так как ускорение свободного падения не зависит от массы, то ясно, что сила тяжести G должна быть пропорциональна массе:

$$\boxed{G = mg,} \qquad (5.1)$$

где g — постоянная для всех тел величина. Тогда, подставляя это выражение для силы тяжести во второй закон Ньютона, получаем для всех тел:

$$a = \frac{mg}{m} = g,$$

что находится в полном согласии с опытом.

Нужно только помнить, что сила тяжести, действующая на данное тело, может считаться постоянной лишь на определенной широте у поверхности Земли. Если тело поднять или перенести

[1] Ускорение свободного падения часто называют также ускорением силы тяжести.

на участок с другой широтой, то ускорение свободного падения g, а следовательно, и сила тяжести G изменяются.

Формула (5.1) позволяет уточнить определение единицы силы (килограмм-сила) и получить соотношение между единицами 1 *кгс* и 1 *н*.

За единицу силы в 1 *кгс* принимают силу, с которой земной шар притягивает гирю массой 1 *кг* на широте 45° на уровне моря. Ускорение свободного падения на этой широте равно 9,80665 *м/сек*².

Подставив в уравнение (5.1) это значение ускорения, получим:

$1\ кгс = 1\ кг \cdot 9{,}80665\ м/сек^2 = 9{,}80665\ н \approx 9{,}8\ н.$

Масса тела, выраженная в килограммах (*кг*), численно равна силе тяжести, приложенной к этому телу, выраженной в килограммах силы (*кгс*). (Это непосредственно вытекает из определения килограмм-силы.) Например, тело, имеющее массу 3,5 *кг*, притягивается к Земле силой 3,5 *кгс*.

На основе формулы $G = mg$ можно указать простой и практически удобный метод измерения масс тел путем сравнения массы данного тела с эталоном единицы массы. Отношение масс двух тел равно отношению сил тяжести, действующих на тела:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{G_1}{G_2} \qquad (5.2)$$

Это значит, что массы тел одинаковы, если одинаковы действующие на них силы тяжести. На этом основано определение масс путем взвешивания на пружинных или рычажных весах. Добиваясь того, чтобы сила давления тела на чашку весов (равная силе тяжести, приложенной к телу) была уравновешена силой давления гирь на другую чашку весов (равной силе тяжести, приложенной к гирям), мы тем самым определяем массу тела[1]. Об устройстве весов и взвешивании было рассказано в курсе физики VI класса.

§ 47. Сила всемирного тяготения

Ньютон был первым, кто сначала догадался, а потом и строго доказал, что причина, вызывающая падение камня на землю, движение Луны вокруг Земли и планет вокруг Солнца, одна и та же. Это сила тяготения, действующая между любыми телами вселенной. Вот ход его рассуждения, приведенный в главном труде Ньютона — «Математических началах натуральной философии»: «Брошенный на землю камень, — пишет Ньютон,— отклонится под действием тяжести от прямолинейного пути и, описав кривую траекторию, упадет наконец на землю. Если его бросить с большей скоростью, то он упадет дальше» (рис. 93). Продолжая эти рассуждения, Ньютон приходит к выводу, то если бы не сопротивление воздуха, то траектория камня, брошенного с высокой горы с определенной скоростью, могла бы стать такой, что он

[1] В действительности для равновесия весов требуется равенство так называемых моментов сил. Об этом будет рассказано в главе 8.

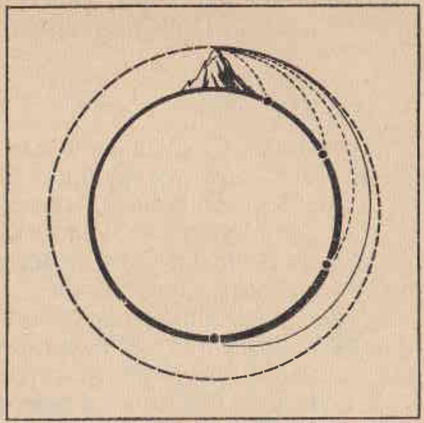


Рис. 93.

вообще никогда не достиг бы поверхности Земли, а двигался бы вокруг нее «подобно тому, как планеты описывают в небесном пространстве свои орбиты».

Сейчас нам стало настолько привычным движение спутников вокруг Земли, что разъяснять мысль Ньютона подробнее нет необходимости.

Итак, по мнению Ньютона, движение Луны вокруг Земли или движение планет вокруг Солнца — это тоже свободное падение, но только падение, которое длится, не прекращаясь, миллионы лет. Причиной такого «падения» (идет ли речь действительно о падении обычного камня на землю или о движении планет по их орбитам) служит сила тяготения.

Как и всем другим телам, Земля должна сообщать Луне ускорение, не зависящее от массы Луны. Траектория движения Луны хорошо известна, т. е. известно положение Луны относительно Земли в любой момент времени. По этим данным можно чисто кинематически определить ее ускорение. Оно оказывается примерно в 3600 раз меньше, чем ускорение свободного падения у поверхности Земли. Расстояние до Луны приблизительно равно 60 земным радиусам. Отсюда вытекает важнейший вывод: ускорение, которое сообщает телам сила притяжения к Земле, убывает обратно пропорционально квадрату расстояния до центра Земли:

$$a = \frac{C_1}{R^2}, \qquad (5.3)$$

где C_1— некоторый коэффициент пропорциональности, одинаковый для всех тел[1].

Исследование движения планет показало, что это движение вызвано силой притяжения к Солнцу. Используя тщательные многолетние наблюдения Тихо Браге, Кеплер установил кинематические законы движения планет. Из этих законов Ньютон нашел,

[1] Интересно, что, будучи студентом, Ньютон понял, что Луна движется под влиянием притяжения к Земле. Но в то время расстояние от Земли до Луны было известно очень неточно и расчеты не привели к правильному результату $\left(a \sim \frac{1}{R^2}\right)$. Лишь спустя 16 лет появились новые, исправленные данные и закон всемирного тяготения был опубликован.

что Солнце сообщает всем планетам ускорение, обратно пропорционально квадрату расстояния от планет до Солнца:

$$a = \frac{C_2}{R^2}. \qquad (5.4)$$

Постоянная C_2 одинакова для всех планет, но не совпадает с постоянной C_1 для ускорения, сообщаемого телам земным шаром.

Из приведенных данных вытекает, что сила тяготения в обоих случаях (притяжение к Земле и Солнцу) сообщает всем телам ускорение, не зависящее от их массы, и убывает обратно пропорционально квадрату расстояния.

Можно лишь догадываться о волнении, охватившем Ньютона, когда он пришел к этому великому результату. Одна и та же причина вызывает явления поразительно широкого диапазона: от падения небольшого камня на землю до движения огромных космических тел. Ньютон нашел эту причину и смог точно выразить ее в виде одной формулы — закона всемирного тяготения.

§ 48. Закон всемирного тяготения

Так как сила всемирного тяготения сообщает всем телам одно и то же ускорение, независимо от их массы, то она должна быть пропорциональна массе того тела, на которое действует:

$$F = \frac{Cm}{R^2}. \qquad (5.5)$$

Но поскольку, например, Земля действует на Луну с силой (5.5), пропорциональной массе Луны, то и Луна по третьему закону Ньютона должна действовать на Землю с такой же силой. Причем эта сила должна быть пропорциональна массе Земли. Если сила тяготения является действительно универсальной, то со стороны данного тела на любое другое тело должна действовать сила, пропорциональная массе этого другого тела. Следовательно, сила всемирного тяготения должна быть пропорциональна произведению масс взаимодействующих тел. Отсюда вытекает формулировка закона всемирного тяготения.

Сила взаимного притяжения двух тел прямо пропорциональна произведению масс этих тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$\boxed{F = \gamma \frac{m_1 m_2}{R^2}.} \qquad (5.6)$$

Коэффициент пропорциональности γ называется *гравитационной постоянной.*

Гравитационная постоянная численно равна силе притяжения между двумя точечными телами массой 1 *кг* каждое, если расстоя-

Рис. 94.

ние между ними равно 1 *м*. Ведь при $m_1 = m_2 = 1$ *кг* и $R = 1$ *м* получаем: $F = \gamma$ (численно).

Нужно иметь в виду, что закон тяготения (5.6) как всеобщий закон справедлив для материальных точек. При этом силы гравитационного взаимодействия направлены вдоль линии, соединяющей эти точки (рис. 94). Подобного рода силы называются *центральными.*

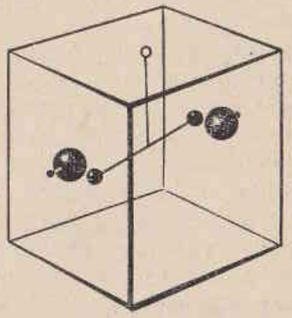


Рис. 95.

Можно показать, что однородные тела, имеющие форму шара (даже если их размеры не малы по сравнению с расстоянием между ними), также взаимодействуют с силой, определяемой формулой (5.6); в этом случае R — расстояние между центрами шаров.

Тела, падение которых на Землю мы обычно рассматриваем, имеют размеры, много меньшие, чем земной радиус ($R \approx 6400$ *км*). Такие тела можно независимо от их формы рассматривать как точечные и определять силу притяжения к Земле с помощью закона (5.6), имея в виду, что R есть расстояние от данного тела до центра Земли.

Определение гравитационной постоянной. Теперь посмотрим, как можно найти гравитационную постоянную. Прежде всего заметим, что γ имеет определенное наименование. Это обусловлено тем, что единицы (и соответственно наименования) всех величин, входящих в закон тяготения, уже были установлены ранее. Закон же тяготения дает новую связь между известными величинами с определенными наименованиями единиц. Именно поэтому коэффициент оказывается именованной величиной. Пользуясь формулой закона всемирного тяготения, легко найти наименование единицы гравитационной постоянной в системе СИ ($н \cdot м^2/кг^2 = м^3/кг \cdot сек^2$) и в системе СГС ($дин \cdot см^2/г^2 = см^3/г \cdot сек^2$).

Для количественного определения γ нужно независимо определить все величины, входящие в закон всемирного тяготения: обе массы, силу и расстояние. Использовать для этого астрономические наблюдения нельзя, так как определить массы планет, Солнца да и Земли можно лишь на основе самого закона тяготения, если значение гравитационной постоянной будет известно. Опыт должен быть проведен на Земле с телами, массу которых можно измерить на весах.

Трудность состоит в том, что гравитационные силы между телами небольшой массы крайне малы. (Именно по этой причине мы не замечаем притяжения нашего тела к окружающим предметам и взаимное притяжение предметов друг к другу, хотя гравитационные силы — самые универсальные из всех сил в природе. Два человека с массами по 60 *кг* на расстоянии 1 *м* друг от друга будут притягиваться с силой всего лишь около $3 \cdot 10^{-9}$ *н*.) Силы тяготения слабы как раз из-за того, что гравитационная постоянная очень мала. Поэтому для измерения гравитационной постоянной нужны достаточно тонкие опыты.

Впервые гравитационная постоянная была измерена английским физиком Г. Кавендишем в 1798 г. с помощью прибора, называемого крутильными весами. Схема крутильных весов показана на рисунке 95. На тонкой упругой нити подвешено легкое коромысло с двумя грузиками на концах. Рядом неподвижно закреплены два тяжелых шара. Между грузиками и неподвижными шарами действуют силы тяготения. Под влиянием этих сил коромысло поворачивается и закручивает нить. По углу закручивания можно определить силу притяжения. Для этого нужно только знать упругие свойства нити. Массы тел известны, а расстояние между центрами взаимодействующих тел можно непосредственно измерить.

Из этих опытов было получено следующее значение для гравитационной постоянной:

$$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-8}\ \text{дин} \cdot \text{см}^2/\text{г}^2 = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2.$$

Лишь в том случае, когда взаимодействуют тела огромной массы (или по крайней мере масса одного из тел велика), сила тяготения достигает большой величины, несмотря на очень малое значение гравитационной постоянной. Например, Земля и Луна притягиваются друг к другу с силой $F \approx 2 \cdot 10^{20}$ *н*.

Масса Земли. Зная гравитационную постоянную, можно найти массу Земли по известному ускорению свободного падения тел у поверхности Земли. Действительно, силу тяжести можно выразить двумя способами:

$$G = mg \quad \text{и} \quad G = \gamma \frac{mM}{R^2}, \tag{5.7}$$

где M — масса Земли, а R — расстояние от поверхности Земли до ее центра. Приравнивая правые части этих формул, получаем:

$$g = \frac{\gamma M}{R^2}. \tag{5.8}$$

Отсюда следует, что

$$M = \frac{gR^2}{\gamma}. \tag{5.9}$$

Подставим в эту формулу значения $R \approx 6400$ *км*, $g \approx 9{,}8$ *м/сек*^{2} и $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ *н·м*^{2}/*кг*^{2}, получаем:

$$M \approx 6 \cdot 10^{24}\ \text{кг}.$$

Из формулы (5.8) следует, что ускорение свободного падения убывает с высотой.

Зависимость ускорения свободного падения тел от географической широты. Одна из причин увеличения ускорения свободного падения при перемещении тела от экватора к полюсам состоит в том, что земной шар несколько сплюснут у полюсов и расстояние от центра Земли до ее поверхности у полюсов меньше, чем на экваторе. Другой, более существенной причиной является вращение Земли.

Ускорение свободно падающего тела относительно инерциальной (например, гелиоцентрической) системы отсчета было бы одинаковым на всех широтах, если бы Земля не была сплюснута у полюсов. Это значение g определяется формулой (5.8). Но Земля вращается, и, следовательно, различные точки на ее поверхности имеют различные ускорения по отношению к гелиоцентрической системе отсчета. Из-за этого ускорение g относительно Земли оказывается больше у полюсов, чем на экваторе[1]. Мы, впрочем, будем пренебрегать этим различием. Оно сказывается лишь в третьей значащей цифре.

Гравитационной «тени» нет. Силы всемирного тяготения — самые универсальные из всех сил природы. Они действуют между любыми телами, обладающими массой, а массу имеют все тела. Причем для сил тяготения не существует никаких преград. Они действуют сквозь любые тела. Экраны из особых веществ, непроницаемых для гравитации (вроде «кеворита» из романа Г. Уэллса «Первые люди на Луне»), могут существовать только в воображении авторов научно-фантастических книг.

Не очень давно появилось сообщение об измерениях одного французского астронома, произведенных во время солнечного затмения. Из анализа этих измерений как будто вытекало, что существует гравитационная тень: сила притяжения Земли Солнцем уменьшается, когда между ними оказывается Луна. Что же оказалось в действительности? Просто не было учтено то уменьшение температуры приборов, которое неизбежно во время затмения. Именно этот, на первый взгляд незначительный эффект и ввел ученого в заблуждение. Недавно советский физик В. Брагинский с рекордной точностью (10^{-11} от массы тела) экспериментально доказал отсутствие гравитационной тени.

§ 49. Равенство инертной и гравитационной масс

Самым поразительным свойством гравитационных сил является то, что они сообщают всем телам независимо от их массы одно и то же ускорение. Что бы вы сказали о футболисте, удар которого одинаково ускорял бы обыкновенный кожаный мяч и двухпудовую гирю? Каждый скажет, что это невозможно. А вот Земля является именно таким необыкновенным футболистом, с той только разницей, что действие ее на тела не носит характера кратковременного удара, а продолжается непрерывно миллиарды лет.

[1] По этой же причине ускорение свободного падения относительно Земли не направлено точно к ее центру.

Необыкновенное свойство гравитационных сил, как мы уже говорили, объясняется тем, что эти силы пропорциональны массам обоих взаимодействующих тел. Факт этот не может не вызвать удивления, если над ним хорошенько задуматься. Ведь масса, которая входит во второй закон Ньютона, определяет инертные свойства тела, т. е. его способность приобретать определенное ускорение под действием данной силы. Эту массу естественно назвать инертной массой и обозначить через $m_и$.

Казалось бы, какое отношение она может иметь к способности тел притягивать друг друга? Массу, определяющую способность тел притягиваться друг к другу, следовало бы назвать *гравитационной массой* $m_г$.

Из механики Ньютона совсем не следует, что инертная и гравитационная массы одинаковы, т. е. что

$$m_и = m_г. \tag{5.10}$$

Равенство (5.10) является непосредственным следствием из опыта. Оно означает, что можно говорить просто о массе тела как количественной мере и инертных, и гравитационных его свойств.

Опытный факт равенства инертной и гравитационной масс остается в рамках классической механики совершенно непонятным. Лишь в общей теории относительности, построенной А. Эйнштейном, равенство гравитационной и инертной масс положено в основу новой теории тяготения, обобщающей простую теорию тяготения Ньютона. Но обсуждение этого вопроса выходит за рамки механики Ньютона.

§ 50. Сила тяжести и вес. Невесомость

Из равенства ускорений, сообщаемых Землей всем телам, вытекает возможность появления состояния невесомости при свободном падении тел.

Представим себе взмывающий вверх самолет. Сам он и находящиеся в нем предметы и люди имеют одну и ту же скорость. Если бы в некоторый момент взаимодействие самолета с воздухом прекратилось, то сам он и все предметы внутри него начали бы свободно падать, двигаясь с одним и тем же ускорением, направленным к центру Земли. Движение происходило бы по одинаковым параболам (рис. 96).

При этом и устанавливается состояние невесомости: падает пилот в кабине, с тем же ускорением падают стены, пол и потолок кабины. В результате человек будет свободно парить над полом (рис. 97), н е о к а з ы в а я д а в л е н и я на окружающие предметы.

Многократно проделывали опыты, в которых осуществлялось состояние невесомости. Например, самолет разгоняется и начиная с некоторого момента движется строго по параболе, той, которая была бы в отсутствие воздуха[1]. В кабине при этом наблюдаются необыкновенные явления: маятник замирает в отклоненном положении, выплеснутая из стакана вода большой сферической каплей повисает в воздухе и рядом с ней застывают, будто подвешенные на невидимых нитях, все остальные предметы независимо от их массы и формы.

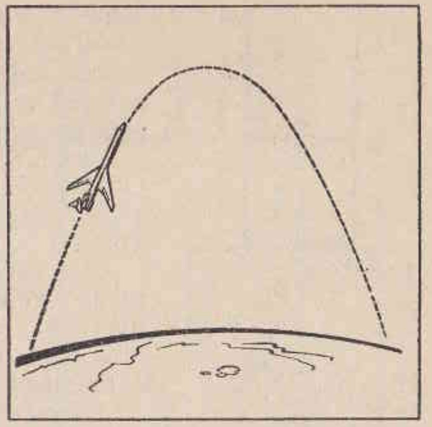


Рис. 96.

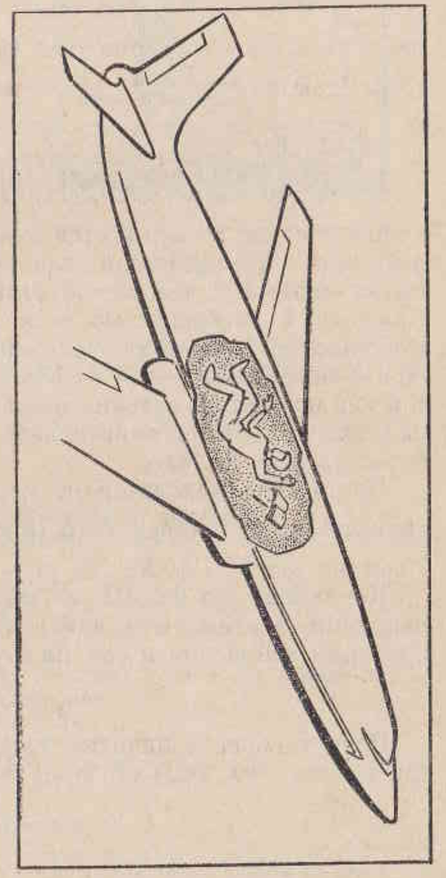


Рис. 97.

То же самое происходит в кабине космического корабля при движении его по орбите. Только на большой высоте над Землей нет воздуха, и не надо его сопротивление компенсировать работой двигателей. Да и полет длится не минуту, а многие сутки.

Наконец, вы без особого труда можете сами привести ваше тело в состояние невесомости. Для этого достаточно подпрыгнуть. В течение небольшого промежутка времени, пока на тело действует только сила тяжести, вы будете находиться в состоянии невесомости совершенно так же, как космонавты в космическом корабле.

Теперь посмотрим внимательно, чем сила тяжести отличается от веса и почему вес при свободном падении исчезает, в то время как сила тяжести остается.

Силой тяжести называют силу, с которой Земля притягивает

[1] При пикировании самолета вертикально вниз также, конечно, возникает состояние невесомости. Но оно будет менее продолжительным, чем при полете по параболе, изображенной на рисунке 96.

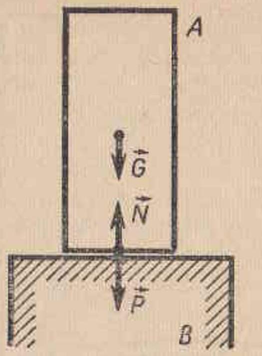


Рис. 98.

тело, находящееся на ее поверхности. Под весом же в физике обычно понимают нечто совсем иное. **Весом тела называют силу, с которой это тело действует на горизонтальную опору**[1].

Вес не является какой-то особой силой специфической природы. Это название присвоено частному случаю проявления силы упругости.

Вес действует непосредственно на чашку пружинных весов и растягивает пружину; под действием этой силы поворачивается коромысло рычажных весов. Поясним сказанное простым примером.

Пусть тело A находится на горизонтальной опоре B (рис. 98), которой может служить чашка весов. Силу тяжести обозначим через $\vec{G}$, а силу давления тела на опору (вес) — через $\vec{P}$. Модуль силы реакции опоры $\vec{N}$ равен модулю веса $\vec{P}$. Направлена сила $\vec{N}$ в сторону, противоположную весу $\vec{P}$. Реакция опоры приложена не к опоре, а к находящемуся на ней телу.

В то время как сила тяжести $\vec{G}$ обусловлена взаимодействием тела и Земли, вес $\vec{P}$ появляется в результате совсем другого взаимодействия: взаимодействия тела A и опоры B. Поэтому вес обладает особенностями, существенно отличающими его от силы тяжести. Важнейшей особенностью веса является то, что его значение существенно зависит от ускорения, с которым движется опора. При перенесении тел с полюса на экватор их вес изменяется, так как вследствие суточного вращения Земли весы с телом имеют на экваторе центростремительное ускорение. Мы остановимся на более простом случае.

Пусть тело находится на чашке пружинных весов в лифте, движущемся с ускорением $\vec{a}$ (рис. 99). Согласно второму закону Ньютона $m\vec{a} = \vec{G} + \vec{N}$, где m — масса тела.

Координатную ось OY системы отсчета, связанной с Землей, направим вертикально вниз. Тогда уравнение движения для проекций ускорения и сил на эту ось запишется так:

$$ma_y = G_y + N_y.$$

Если ускорение направлено вниз, то, выражая проекции векторов через их модули, получаем:

$$ma = G - N.$$

[1] Весом можно назвать и ту силу, с которой подвешенное тело растягивает нить, трос или пружину.

Так как $N = P$, то

$$ma = G - P.$$

Если же ускорение лифта направлено вверх, то это уравнение принимает вид:

$$-ma = G - P.$$

Отсюда ясно, что лишь при $a = 0$ вес равен силе, с которой тело притягивается к Земле ($P = G$). В общем же случае

$$P = G \pm ma = m(g \pm a). \quad (5.11)$$

Вес тела зависит от ускорения, с которым движется опора, и появление этого ускорения эквивалентно изменению (увеличению или уменьшению) ускорения свободного падения.

Если лифт падает свободно, т. е. $a = g$, то

$$P = m(g - a) = m(g - g) = 0.$$

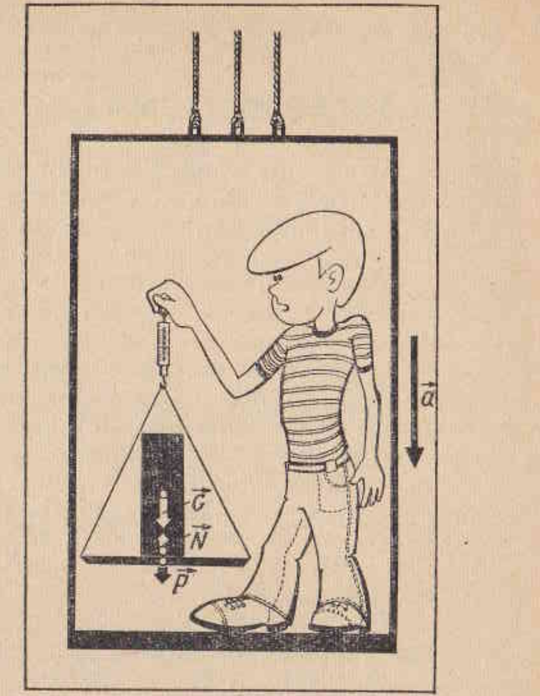


Рис. 99.

Это и означает наступление состояния невесомости. Тела не давят на опоры, и на них не действует реакция опоры. Все происходит так, как если бы притяжение к Земле исчезло.

Вопросы

1. В чем главное отличие силы гравитации от других сил?
2. Справедлив ли закон всемирного тяготения для тел произвольной формы?
3. Какие силы называют центральными?
4. Каково наименование гравитационной постоянной?
5. Где ускорение свободного падения больше: в Москве или в Ленинграде?
6. В чем причина того, что Земля сообщает всем телам независимо от их массы одинаковые ускорения?
7. Что называют состоянием невесомости?
8. Что называется весом тела?
9. Находится ли парашютист во время прыжка в состоянии невесомости?

§ 51. Деформации и силы упругости

Силы тяготения действуют между телами всегда. Не нужно заботиться о том, чтобы привести эти силы в действие, и никакими ухищрениями их нельзя уничтожить. Силы упругости в этом отношении совершенно не похожи на силы тяготения.

Для того чтобы различные тела или части одного и того же тела взаимодействовали посредством сил упругости, необходимо определенное условие: тела должны быть деформированы. **Под деформацией понимают изменение объема или формы тела.** Силы упругости возникают только при деформации тел. А их числовое значение определяется величинами этих деформаций.

Для того чтобы резиновый шнур или пружина действовали с некоторой силой на ваши руки, эти тела нужно предварительно растянуть, т. е. деформировать (рис. 100). Чтобы упругая сетка батута подбросила акробата, ее нужно предварительно прогнуть (рис. 101). При исчезновении деформации исчезают и силы упругости.

Твердые тела сохраняют свой объем и форму, так как при любой попытке их деформировать возникают силы упругости.

Жидкости формы не сохраняют. Вы можете перелить воду из графина в стакан, и это не вызовет появления сил упругости. Но попробуйте ее сжать хотя бы внутри велосипедного насоса или просто в бутылке. Сила упругости не замедлит сказаться.

Точно так же сила упругости появляется при сжатии в насосе воздуха.

Итак, силы упругости возникают всегда при попытке изменить объем или форму твердого тела, при изменении объема жидкости, а также при сжатии газа.

Деформация тела возникает лишь в том случае, когда различные части тела совершают различные перемещения. Например, когда вы растягиваете резиновый шнур, различные части шнура перемещаются на различные расстояния. Больше всего смещаются края, а середина вообще остается на месте. В результате шнур оказывается деформированным, и в нем возникают силы упругости. Это показано на рисунке 102 (силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ одинаковы по модулю). Рассмотрим внимательнее, как происходит растягивание шну-

Рис. 100.

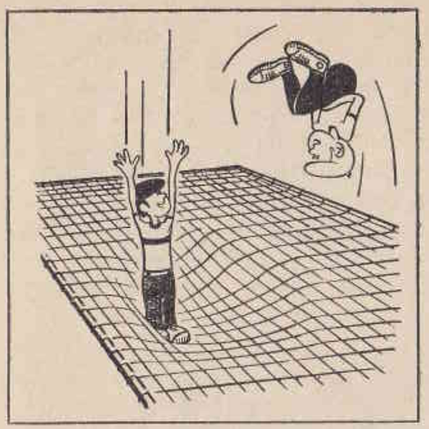


Рис. 101.

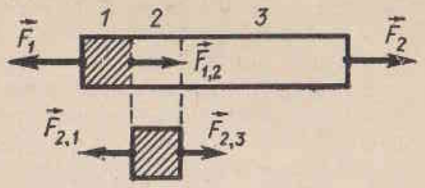


Рис. 102.

Рис. 103.

ра. Приложенная к левому концу шнура сила $\vec{F}_1$ вызывает ускорение участка *1*. Он начинает двигаться влево. При этом шнур растягивается, и на участок *1* со стороны соседнего участка *2* начинает действовать сила упругости $\vec{F}_{1,2}$. Пока $F_1 > F_{1,2}$, участок *1* движется влево с ускорением и деформация шнура увеличивается. При этом сила $\vec{F}_{1,2}$ растет по модулю. Равновесие сил наступит, когда сила $\vec{F}_{1,2}$ станет равна по модулю силе $\vec{F}_1$.

На участок *2* (разумеется, границы первого и второго участков выбраны произвольно) вначале действует только сила упругости $\vec{F}_{2,1}$ со стороны участка *1*, и участок *2* тоже движется влево с ускорением. Но по мере растяжения шнура возникает сила $\vec{F}_{2,3}$, действующая на этот участок со стороны правой части шнура. Пока $F_{2,1} > F_{2,3}$, участок *2* перемещается влево с ускорением. Но вскоре устанавливается равновесие сил: $F_{2,1} = F_{2,3} = F_1$. В конце концов во всех сечениях растянутого шнура будут действовать одинаковые силы упругости, равные по модулю внешним силам $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, приложенным к концам шнура.

Основной причиной рассмотренного процесса является то, что внешняя сила сообщает ускорение не всем элементам тела одновременно, а лишь той его части, на которую эта сила непосредственно действует.

Значительный интерес представляет деформация тела, к которому приложена внешняя сила лишь на одном конце. Такое тело оказывается растянутым неодинаково по длине. Больше будут растянуты те участки, которые расположены ближе к месту, где приложена внешняя сила (рис. 103). Ведь здесь сила упругости должна сообщить ускорение почти всему телу (масса велика), а сила упругости вблизи противоположного конца сообщает то же самое ускорение лишь малой части тела (масса мала). Точно так же при торможении быстро движущегося тела с помощью силы, приложенной к одному из участков поверхности тела, возникают деформации и сила упругости. Так, при падении мяча на пол нижние участки мяча при столкновении с жестким полом резко тормозятся, а верхние в первый момент продолжают по инерции двигаться вперед. В результате мяч сплющивается и возникают силы упругости, останавливающие весь мяч. Понятно, что деформация и силы упругости будут большими в нижней части мяча.

При большой разности ускорений соседних частей тела может оказаться, что возникающая вследствие большой деформации сила упругости превосходит определенный допустимый предел. Тогда тело разрушается. Например, при падении стакана на твердый пол нижняя часть стакана почти мгновенно останавливается, в то время как верхняя часть продолжает двигаться. В результате возникает слишком большая деформация и стакан разбивается.

Чтобы избежать больших ускорений, способных вызвать разрушение тел, применяют пружины (например, в подъемных кранах между тросом и крюком или в буферах вагонов), которые способны значительно растягиваться или сжиматься. Благодаря этому тела постепенно набирают нужную скорость или постепенно тормозятся, и разрушения не происходит. Процесс изменения скорости длится большее время; поэтому ускорения, а значит, и силы не достигают больших значений. Так, при падении стакана на мягкий ковер последний играет роль пружины: прогибаясь, он постепенно замедляет движение нижней части стакана.

Надо еще заметить, что, хотя силы упругости появляются только при деформациях, не всегда деформация приводит к появлению сил упругости.

Тела, которые полностью восстанавливают свою форму или объем после прекращения действия сил, вызывающих деформации, называются упругими телами. Но наряду с упругими телами (резиновый шнур, стальной шарик и др.) имеются тела пластичные, которые после прекращения действия внешних сил, вызвавших деформацию, не восстанавливают своей формы (мокрая глина, свинцовый шарик).

При деформации этих тел также возникает сила, но это не сила упругости, так как ее значение зависит не от величины деформации, а от скорости возникновения деформации. Чем больше эта скорость, тем больше сила. Мы в дальнейшем преимущественно будем рассматривать только деформацию упругих тел.

§ 52. Закон Гука

При малых деформациях тел связь силы упругости с величиной деформации проста. Она была открыта экспериментально английским физиком Робертом Г у к о м, современником Ньютона.

Закон Гука для упругой деформации растяжения нетрудно установить, наблюдая растяжение резинового шнура под действием приложенной к его концу силы. Пусть в нерастянутом состоянии длина шнура равна l_0 (рис. 104,*а*). Координатную ось OX направим вдоль шнура. Начало отсчета выберем на уровне нижнего конца шнура, когда он находится в нерастянутом со-

стоянии. Под действием приложенной к шнуру силы, равной весу чашки с находящимися на ней гирьками, его длина станет равной l, а координата нижнего конца шнура примет значение x (рис. 104, *б*).

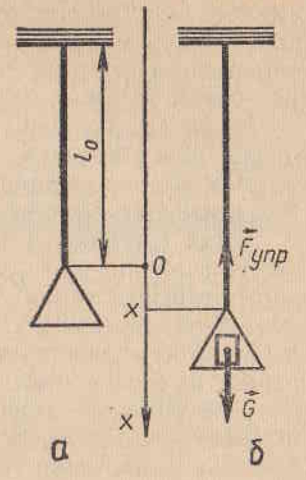


Рис. 104.

При этом сила упругости растянутого шнура уравновешивает силу тяжести, действующую на чашку с гирьками. Обозначим удлинение шнура через Δl:

$$\Delta l = l - l_0 = x. \qquad (5.12)$$

Меняя число гирек, можно заметить, что величина силы упругости прямо пропорциональна изменению длины шнура.

В этом состоит закон Гука. Он формулируется так: **при упругой деформации растяжения (или сжатия) модуль силы упругости прямо пропорционален абсолютному значению изменения длины тела.** Закон Гука записывают следующим образом:

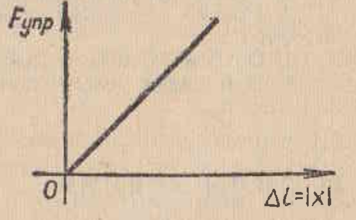


Рис. 105.

$$\boxed{F = k|\Delta l| = k|x|.} \qquad (5.13)$$

Коэффициент пропорциональности k называют *коэффициентом упругости*. Учитывая, что координата x и проекция силы упругости $\vec{F}$ на ось OX имеют противоположные знаки, можно также записать:

$$F_x = -kx. \qquad (5.14)$$

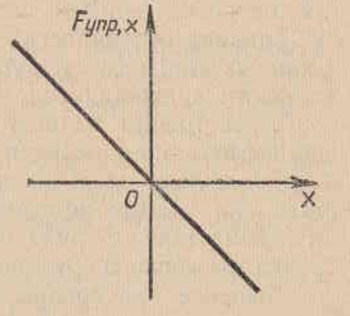


Рис. 106.

Эта закономерность наблюдается при растяжении стержней из стали, чугуна, алюминия и других твердых упругих тел. Закону Гука подчиняется также деформация упругой пружины.

При сжатии стержней или пружин сила упругости по модулю также пропорциональна модулю изменения их длины. Формула (5.14) справедлива и для этого случая. На рисунке 105 показана зависимость модуля силы упругости от абсолютной величины деформации $|x|$, а на рисунке 106 — зависимость проекции силы упругости F_x от x.

Закон Гука хорошо выполняется только при малых деформациях. При больших деформациях изменение длины перестает быть прямо пропорциональным приложенной силе, а при очень больших деформациях тело разрушается.

Когда деформации малы, силы упругости удобно определять не по величине деформации, а по тому ускорению, которое эти силы сообщают телам. Так, например, можно определять натяжение нитей, веревок и т. д. Если же тело покоится, то величину силы упругости, действующей на него, можно определить из условия равенства нулю суммы всех сил, действующих на тело. Например, силу реакции, с которой горизонтальная опора действует на неподвижное тело, легко определить из условия, что эта сила должна при равновесии тела быть равной по модулю силе тяжести.

Вопросы

1. При каком условии появляются силы упругости?
2. Каким образом возникают деформации тел?
3. Почему безопасен прыжок акробата на сетку батута с большой высоты?
4. Объясните, почему применение рессор уменьшает тряску автомобиля.
5. При каких условиях выполняется закон Гука?

III. СИЛЫ ТРЕНИЯ

§ 53. Роль сил трения

Еще один вид сил, с которыми имеют дело в механике,— это силы трения. Эти силы действуют вдоль поверхностей тел при их непосредственном соприкосновении.

Главная особенность сил трения, отличающая их от гравитационных сил и сил упругости, состоит в том, что они зависят от скорости движения тел друг относительно друга.

Силы трения во всех случаях препятствуют относительному движению соприкасающихся тел. При некоторых условиях силы трения делают это движение тел просто невозможным. Однако роль сил трения не сводится только к тому, чтобы тормозить движение тела. В ряде практически очень важных случаев движение не могло бы возникнуть без действия сил трения.

Значение сил трения можно хорошо проследить на примере движущегося автомобиля (рис. 107). Сила трения $\vec{F}_2$, действующая

со стороны земли на ведомые колеса, и сила сопротивления воздуха $\vec{F}_3$ направлены назад и способны только затормозить движение. Единственной внешней силой, способной увеличить скорость автомобиля, является сила трения $\vec{F}_1$, действующая на ведущие колеса. Если бы не было этой силы, автомобиль буксовал бы на месте, несмотря на вращение ведущих колес.

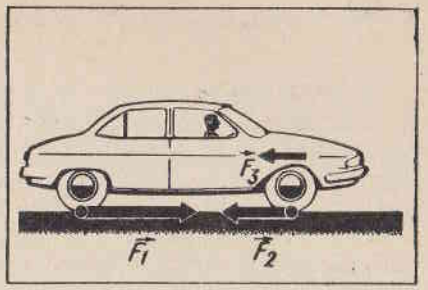


Рис. 107.

Точно так же сила трения, действующая на ступни ног, сообщает нашему телу ускорение, необходимое для начала движения или для остановки.

Работа двигателя, приводящего во вращение ведущие колеса, или усилия мышц ног вызывают появление сил трения. Эти силы возникают лишь при условии, что какие-нибудь другие силы стремятся вызвать относительное движение тел (шин или ступней ног относительно земли).

Препятствуя проскальзыванию, сила трения совершает полезное дело, ускоряя машину или наше собственное тело. Но без усилия со стороны двигателя или мышц ног увеличение скорости за счет силы трения невозможно. «Полезная» сила трения не могла бы возникнуть.

Таким образом, с одной стороны, нужно принимать все меры к уменьшению сил трения, препятствующих движению, смазывая трущиеся части двигателя и придавая машине форму, при которой сопротивление воздуха минимально, а с другой стороны, приходится увеличивать полезное трение, посыпая, к примеру, дорогу песком в гололед.

Силы трения зависят от относительной скорости движения тел, состояния трущихся твердых поверхностей, а при движении твердого тела в воде или воздухе — от размеров и формы этого тела.

Зависимость сил трения от указанных факторов настолько сложна, что обычно приходится пользоваться весьма приближенными количественными выражениями для вычисления значений этих сил.

При движении тел сложной формы в жидкости или газе приходится силу трения просто измерять. Точную количественную зависимость силы трения от размеров и формы тел и скорости их движения установить весьма трудно.

Сначала мы остановимся на так называемом сухом трении, т. е. трении между поверхностями соприкасающихся твердых тел.

§ 54. Трение покоя

Попробуйте сдвинуть пальцем лежащую на столе толстую книгу. Вы знаете, что произойдет. Книга будет оставаться на месте до тех пор, пока действующая на нее сила не превысит определенной величины. Факт этот совершенно привычный, но, если вдуматься, достаточно странный и непонятный.

Ведь что это значит? Вы приложили к книге некоторую силу, направленную, скажем, вдоль стола, а книга остается в покое. Следовательно, между книгой и поверхностью стола возникает сила, направленная против той силы, с которой вы действуете на книгу, и в точности ей равная по модулю. Вы с большей силой толкаете книгу, но она по-прежнему остается на месте. Значит, и сила трения автоматически возрастает на такую же величину.

Силу трения, действующую между двумя телами, неподвижными друг относительно друга, называют силой трения покоя. Когда ускорение тела равно нулю, эта сила равна по модулю и противоположна по направлению той силе, которая наряду с трением действует на тело параллельно поверхности его соприкосновения с другим телом. Если параллельно этой поверхности другие силы не действуют, то трение покоя будет равно нулю.

Наибольшее значение силы трения, при котором скольжение еще не наступает, называется максимальной силой трения покоя. Если действующая на покоящееся тело сила хотя бы немного превысит максимальную силу трения покоя, то тело начнет скользить.

Максимальная сила трения не зависит от того, в каком направлении вы действуете на тело. Чтобы убедиться в этом, достаточно взять вместо книги тяжелый деревянный брусок и тянуть его в любом горизонтальном направлении с помощью динамометра (рис. 108), замечая его показания в тот момент, когда брусок начинает двигаться с места.

Для максимальной силы трения покоя существует весьма простой, но не очень точный количественный закон. Нагрузим брусок гирей того же веса, что и сам брусок. При этом сила $\vec{P}$, с которой брусок действует на стол перпендикулярно поверхности стола, увеличится в два раза. Но сила $\vec{P}$ согласно третьему закону Ньютона равна по величине и противоположна по направлению силе реакции $\vec{N}$, действующей на брусок со стороны стола (рис. 109). Следовательно, и сила $\vec{N}$ увеличилась в два раза. Если теперь мы снова измерим максимальную силу трения покоя, то увидим, что она увеличилась во столько раз, во сколько раз увеличилась сила $\vec{N}$, т. е. в два раза.

Так как сила $\vec{N}$ направлена вдоль перпендикуляра (нормали) к соприкасающимся поверхностям тел, то ее называют *силой нормальной реакции.*

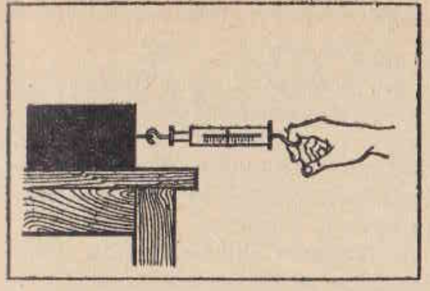


Рис. 108.

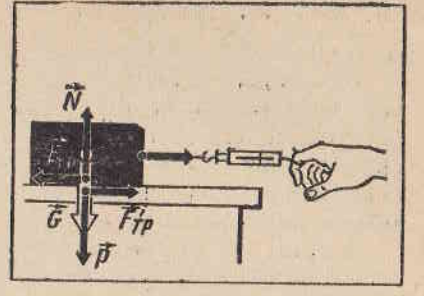


Рис. 109.

Нагружая брусок различными гирями и измеряя каждый раз максимальную силу трения покоя, мы убедимся в том, что **максимальное значение модуля силы трения покоя пропорционально модулю силы нормальной реакции.**

Этот закон установил впервые экспериментально французский физик Кулон.

Если обозначить модуль максимальной силы трения покоя через $F_{тр.макс}$, то можно записать:

$$\boxed{F_{тр.\,макс} = \mu N,}$$

где μ — коэффициент пропорциональности, называемый *коэффициентом трения покоя.* Коэффициент трения характеризует обе трущиеся поверхности и зависит не только от материала этих поверхностей, но и от качества их обработки. Коэффициент трения определяется экспериментально. **От площади соприкосновения тел максимальная сила трения покоя не зависит.** Если положить брусок на меньшую грань, то $F_{тр.макс}$ не изменится.

Сила трения покоя меняется в пределах от нуля до максимального значения, равного μN. За счет чего это может происходить? Дело здесь вот в чем. При действии на тело некоторой силы $\vec{F}$ оно слегка (незаметно для глаза) смещается, и это смещение продолжается до тех пор, пока микроскопические шероховатости поверхностей не расположатся друг относительно друга так, что, зацепляясь друг за друга, они приведут к появлению силы, уравновешивающей силу $\vec{F}$. При увеличении силы $\vec{F}$ тело опять чуть-чуть сдвинется так, что мельчайшие неровности поверхностей по-иному будут цепляться друг за друга, и сила трения возрастет[1]. Лишь при $F > F_{тр.макс}$ ни при каком расположе-

[1] Так будет происходить, если соприкасающиеся поверхности не очень гладкие. При очень гладких поверхностях сдвигу одного тела относительно другого препятствуют силы притяжения между соседними молекулами

нии поверхностей друг по отношению к другу сила трения не в состоянии уравновесить силу $\vec{F}$, и начнется скольжение.

При ходьбе и беге на подошвы ног действует сила трения покоя, если только ноги не скользят. Такая же сила действует на ведущие колеса автомобиля. На ведомые колеса также действует сила трения покоя, но уже тормозящая движение, причем эта сила значительно меньше силы, действующей на ведущие колеса (иначе автомобиль не смог бы тронуться с места).

В свое время, когда не очень хорошо представляли себе способность силы трения покоя принимать различные значения, сомневались, что паровоз может ехать по гладким рельсам. Думали, что трение, тормозящее ведомые колеса, будет равно силе трения, действующей на ведущие колеса. Предлагали даже делать ведущие колеса зубчатыми и прокладывать для них специальные зубчатые рельсы.

§ 55. Трение скольжения

При скольжении сила трения зависит не только от состояния трущихся поверхностей, но и от относительной скорости движения тел, причем эта зависимость от скорости является довольно сложной. Опыт показывает, что часто (хотя и не всегда) в самом начале скольжения, когда относительная скорость мала, сила трения становится несколько меньше максимальной силы трения покоя. Лишь затем, по мере увеличения скорости, она растет и начинает превосходить $F_{\text{тр. макс}}$.

Вы, вероятно, замечали, что тяжелый предмет, например ящик, трудно сдвинуть с места, а потом двигать его становится легче. Это объясняется уменьшением силы трения при появлении скольжения с малой скоростью.

Зависимость модуля силы трения скольжения от модуля относительной скорости тела представлена на рисунке 110. При не слишком больших относительных скоростях движения сила трения скольжения мало отличается от максимальной силы трения покоя. Поэтому приближенно можно считать ее постоянной и равной максимальной силе трения покоя:

$$F_{\text{тр}} \approx F_{\text{тр. макс}} = \mu N. \quad (5.15)$$

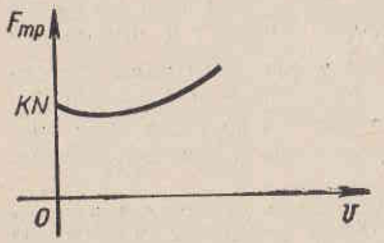


Рис. 110.

Важная особенность силы трения скольжения состоит в том, что она всегда направлена противоположно относительной скорости соприкасающихся тел.

Силу трения скольжения можно уменьшить во много раз с помощью смазки — чаще всего тонкого слоя жидкости (обычно того или иного сорта минерального масла) между трущимися поверхностями. Трение между слоями жидкости, прилегающими к твердым поверхностям, значительно меньше, чем между сухими поверхностями. Ни одна современная машина, например двигатель автомобиля или трактора, не может работать без смазки. Специальная система смазки предусматривается при конструировании всех машин.

§ 56. Силы сопротивления при движении твердых тел в жидкостях и газах

При движении твердого тела в жидкости или газе на него действует сила сопротивления среды, которую можно считать особым видом силы трения. Эта сила направлена против скорости тела относительно среды и тормозит движение[1].

Главная особенность силы сопротивления состоит в том, что она появляется только при наличии относительного движения тела и окружающей среды. Сила трения покоя в жидкостях и газах полностью отсутствует. Это приводит к тому, что усилием рук можно сдвинуть такой тяжелый предмет, как плавающую баржу, в то время как сдвинуть с места, скажем, поезд усилием рук просто невозможно.

Или еще более простой пример. Плавающий деревянный брусок сразу же придет в движение, если на него слегка подуть. А попробуйте сдвинуть тот же брусок струей воздуха, если он лежит на столе.

Модуль силы сопротивления F_c зависит от размеров, формы и состояния поверхности тела, свойств среды (жидкости или газа), в которой тело движется, и, наконец, от относительной скорости движения тела и среды.

Примерный характер зависимости модуля силы сопротивления от модуля относительной скорости тела приведен на рисунке 111. При относительной скорости, равной нулю, сила сопротивления не действует на тело ($F_c = 0$). С увеличением относительной скорости сила сопротивления сначала растет медленно, а затем все быстрее и быстрее. При малых скоростях движения силу сопротивления можно считать прямо пропорциональной скорос-

[1] Впрочем, движущийся поток воды или воздуха может увлекать за собой тело. Например, когда ветер гонит опавшие листья, то сила трения со стороны воздуха направлена по движению. Но и в этом случае она противоположна скорости движения тела относительно среды.

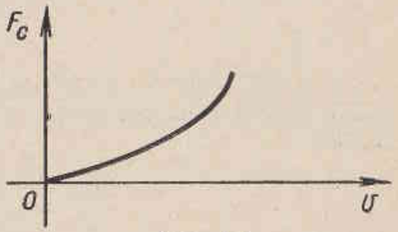


Рис. 111.

ти движения тела относительно среды:

$$F_c = k_1 v, \qquad (5.16)$$

где k_1 — коэффициент сопротивления, зависящий от формы, размеров, состояния поверхности тела и свойств среды — ее вязкости. Вычислить коэффициент k_1 теоретически для тел сколько-нибудь сложной формы не представляется возможным. Его определяют опытным путем.

При больших скоростях относительного движения сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости:

$$F_c = k_2 v^2, \qquad (5.17)$$

где k_2 — коэффициент сопротивления, отличный от k_1.

Не прибегая к опыту, нельзя установить, какая из формул — (5.16) или (5.17) — пригодна для данного конкретного случая.

Вопросы

1. В чем состоит основное отличие сил трения от сил тяготения и упругости?
2. При каких условиях появляются силы трения?
3. От чего зависят модуль и направление силы трения покоя?
4. В каких пределах может меняться сила трения покоя?
5. Какая сила сообщает ускорение автомобилю или тепловозу?
6. Всегда ли сила трения скольжения меньше силы трения покоя?
7. Может ли сила трения скольжения увеличить скорость тела?
8. В чем состоит главное отличие силы сопротивления жидкостей и газов от силы трения между двумя твердыми телами?
9. Приведите примеры полезного и вредного действия сил трения всех видов.

§ 57. Краткий итог главы «Силы в механике»

В механике преимущественно встречаются три типа сил: силы тяготения, силы упругости и силы трения.

Сила тяготения между двумя точечными телами с массами m_1 и m_2, находящимися на расстоянии R друг от друга, определяются законом всемирного тяготения:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{R^2},$$

где $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ $н \cdot м^2/кг^2$ — гравитационная постоянная. Этот закон определяет ускорение свободного падения у поверхности Земли:

$$g = \frac{\gamma M}{R^2} \approx 9{,}8 \ м/сек^2,$$

где M — масса Земли, а R — ее радиус.

Главная особенность сил тяготения в том, что данное тело сообщает всем другим телам одинаковые ускорения.

Силы упругости появляются при упругой деформации тел. Согласно закону Гука при растяжении или сжатии стержней на величину $|\Delta l|$ возникает сила упругости, модуль которой равен:

$$F = k|\Delta l|.$$

Силы трения в отличие от сил тяготения и упругости зависят от скорости движения тел друг относительно друга.

Между соприкасающимися твердыми телами, покоящимися друг относительно друга, действует сила трения покоя. Она по модулю равна той силе, которая наряду с силой трения действует на тела вдоль поверхности их соприкосновения. Максимальное значение модуля силы трения покоя равно:

$$F_{тр.\ макс} = \mu N,$$

где μ — коэффициент трения, а N — модуль силы нормальной реакции со стороны опоры.

Сила трения при скольжении твердых тел приблизительно равна максимальной силе трения покоя.

§ 58. Примеры решения задач

Задача 1. Какую скорость нужно сообщить искусственному спутнику Земли, чтобы он двигался по круговой орбите на высоте $h = 2000$ *км* над поверхностью Земли?

Решение. На больших высотах воздух сильно разрежен и оказывает незначительное сопротивление движущимся в нем телам. Поэтому можно считать, что на спутник действует только одна гравитационная сила $\vec{F}$, направленная к центру Земли (рис. 112).

По второму закону Ньютона

$$ma = F.$$

Центростремительное ускорение спутника определяется формулой

$$a = \frac{v^2}{R + h},$$

где h — высота спутника над Землей. Сила же, действующая на спутник согласно закону всемирного тяготения, определяется формулой

$$F = \gamma \frac{Mm}{(R + h)^2},$$

где M — масса Земли.

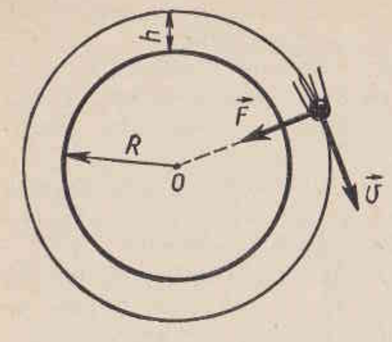


Рис. 112.

Подставив значение F и a во второй закон Ньютона, получим:

$$\frac{mv^2}{R+h} = \frac{\gamma M_m}{(R+h)^2}.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{\frac{\gamma M}{R+h}}. \qquad (5.18)$$

Из полученной формулы следует, что скорость спутника зависит от его высоты над поверхностью Земли: чем больше эта высота, тем с меньшей скоростью он будет двигаться по круговой орбите. Примечательно то, что эта скорость не зависит от массы спутника. Значит, спутником Земли может стать любое тело, если ему сообщить определенную скорость. Для заданной высоты $h = 2000$ *км*

$$v \approx 3890 \text{ м/сек}.$$

Так как спутник движется только под действием силы всемирного тяготения, то все тела в нем находятся в состоянии невесомости.

Скорость, которую необходимо сообщить телу у поверхности планеты, чтобы оно стало ее спутником, движущимся по круговой орбите, называется первой космической скоростью.

Первую космическую скорость v_1 можно найти по формуле (5.18), если принять $h = 0$:

$$v_1 = \sqrt{\gamma \frac{M}{R}}. \qquad (5.19)$$

Подставив в (5.19) значения величин M и R для Земли и γ, можно вычислить первую космическую скорость для Земли:

$$v_1 \approx 8000 \text{ м/сек}.$$

Если такую скорость сообщить телу в горизонтальном направлении у поверхности Земли, то при отсутствии атмосферы оно стало бы искусственным спутником Земли, который бы двигался вокруг нее по круговой орбите.

З а д а ч а 2. Космический корабль движется вдали от планет, так что действием на него внешних гравитационных сил можно пренебречь. С какой силой $\vec{F}$ космонавт, масса которого m, будет давить на сиденье во время работы двигателя, если двигатель сообщает кораблю такое же по величине ускорение, какое сообщает телам сила тяжести вблизи поверхности Земли?

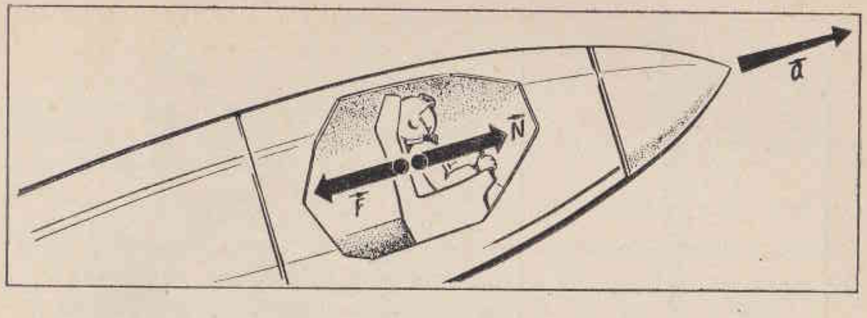


Рис. 113.

Р е ш е н и е. Согласно третьему закону Ньютона сила $\vec{F}$ равна по модулю и противоположна по направлению силе $\vec{N}$, с которой кресло корабля действует на космонавта:

$$\vec{F} = -\vec{N}.$$

Силу $\vec{N}$ можно найти по второму закону Ньютона, поскольку нам известны масса космонавта и его ускорение. Так как на космонавта действует только сила $\vec{N}$, то

$$m\vec{a} = \vec{N}.$$

Следовательно,

$$\vec{F} = -\vec{N} = -m\vec{a}. \qquad (5.20)$$

Из этого равенства видно, что космонавт действует на кресло корабля с силой, направленной в сторону, противоположную направлению ускорения (рис. 113).

Так как $a = g$, то

$$F = mg.$$

Мы пришли к любопытному результату: если космический корабль движется с ускорением, равным по величине ускорению, которое сообщает телам сила тяжести вблизи поверхности Земли, то космонавт (или какой-нибудь другой предмет, находящийся в корабле) будет действовать на корабль с силой, равной его весу на Земле.

В ускоренно движущемся корабле тела начинают «весить». Ощущения космонавта будут вполне обычными. Он будет чувствовать себя как на Земле. Предметы, выпущенные из рук космонавта, будут двигаться относительно корабля так же, как если бы космонавт находился на Земле. В таком корабле все механические явления будут происходить точно так же, как на Земле. Если бы

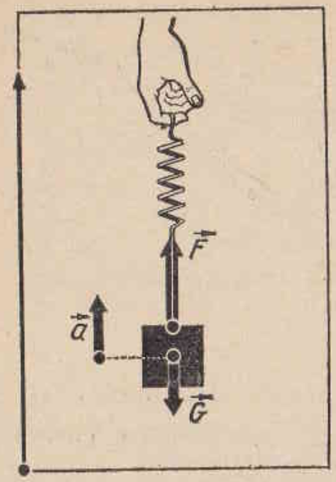


Рис. 114.

иллюминаторы в корабле были закрыты, то люди, находящиеся в нем, не могли бы узнать, покоится он на Земле или движется в отсутствие сил тяготения с ускорением, равным по модулю ускорению свободного падения тел на Земле.

Что же произойдет, если выключить ракетный двигатель? В этом случае корабль будет двигаться относительно инерциальной системы отсчета равномерно и прямолинейно ($a = 0$), и, как это следует из формулы (5.20), тела перестанут действовать на корабль — перестанут весить. Наступит состояние невесомости.

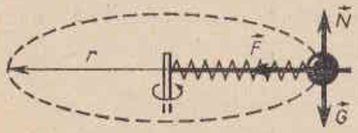


Рис. 115.

Задача 3. При помощи пружинного динамометра поднимают с ускорением $a = 2{,}5$ *м/сек*^{2}, направленным вверх, груз массой $m = 2$ *кг*. Найдите удлинение пружины динамометра, если ее жесткость (коэффициент упругости) $k = 1000$ *н/м*.

Решение. Проведем ось OX так, чтобы пружина была расположена вдоль этой оси (рис. 114). В этом случае закон Гука, выражающий связь между силой упругости $\vec{F}$, возникающей при растяжении пружины, и ее абсолютным удлинением $|\Delta l|$, запишется в следующем виде:

$$F = k|\Delta l|.$$

Отсюда

$$|\Delta l| = \frac{F}{k}.$$

Для нахождения силы F воспользуемся вторым законом Ньютона, записав его в проекциях на ось OX:

$$ma_x = F_x + G_x.$$

Если ось OX направить вверх, то $a_x = a$, $F_x = F$ и $G_x = -mg$. Поэтому

$$F = ma + mg = m(a + g).$$

Следовательно,

$$|\Delta l| = \frac{m(a+g)}{k} \approx 2{,}5 \text{ см}.$$

Задача 4. Шарик, имеющий массу $m = 100$ *г*, может скользить без трения по горизонтальному стержню, вращающемуся вокруг вертикальной оси с угловой скоростью $\omega = 2 \frac{1}{сек}$ (рис. 115). К шарику прикреплена пружина, другой конец которой закреплен на оси. Длина пружины в недеформированном состоянии $l_0 = 45$ *см*. Определите абсолютное удлинение пружины $|\Delta l|$. Жесткость пружины $k = 4$ *н/м*.

Решение. На шарик действуют три силы: сила тяжести $\vec{G}$, сила реакции стержня $\vec{N}$ и со стороны пружины сила упругости $\vec{F}$. Поскольку сумма сил $\vec{N}$ и $\vec{G}$ равна нулю (в вертикальном направлении шарик не имеет ускорения), то ускорение шарику сообщает только сила $\vec{F}$.

По второму закону Ньютона

$$ma = F.$$

Так как шарик движется по окружности равномерно, то его ускорение можно определить по формуле

$$a = \omega^2 r = \omega^2 l,$$

где l — длина растянутой пружины.

Согласно закону Гука

$$F = k(l - l_0) = k|\Delta l|.$$

Подставив во второй закон Ньютона приведенные выражения для a и F, получим:

$$m\omega^2 l = k|\Delta l|.$$

Так как $l = l_0 + |\Delta l|$, то

$$m\omega^2(l_0 + |\Delta l|) = k|\Delta l|.$$

Отсюда

$$|\Delta l| = \frac{m\omega^2 l_0}{k - m\omega^2} = 5 \text{ см}.$$

Задача 5. В результате полученного толчка кирпич начал скользить вниз по неподвижной ленте конвейера, расположенной под углом $\alpha = 30°$ к горизонтальной плоскости. Определите величину и направление ускорения кирпича, если коэффициент трения скольжения кирпича о ленту конвейера $\mu = 0{,}6$.

Решение. Направим ось OX вдоль наклонной ленты конвейера вниз, а ось OY перпендикулярно ленте конвейера вверх (рис. 116). Так как кирпич движется вдоль оси OX, то его ускорение может быть направлено только вдоль этой оси вниз либо вверх. Чтобы определить модуль и направление вектора ускорения, найдем по второму закону Ньютона его проекцию на ось OX. На кирпич действуют три силы: сила тяжести $\vec{G}$, сила реакции ленты конвейера $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$. Поэтому второй закон Ньютона в проекциях на ось OX в данном случае запишется так:

$$ma_x = G_x + N_x + F_{тр.\,x}.$$

Но

$$G_x = mg\sin\alpha, \quad N_x = 0 \text{ и } F_{тр.\,x} = -F_{тр}.$$

Следовательно,

$$ma_x = mg\sin\alpha - F_{тр}.$$

Отсюда

$$a_x = \frac{mg\sin\alpha - F_{тр}}{m}. \tag{5.21}$$

Модуль силы трения скольжения выразим через коэффициент трения μ и модуль силы $\vec{N}$. В § 55 было показано, что модуль силы трения скольжения определяется формулой

$$F_{тр} = \mu N.$$

Модуль силы $\vec{N}$ найдем по второму закону Ньютона, записав его в проекциях на ось OY:

$$ma_y = G_y + N_y + F_{тр\,y}.$$

Поскольку $a_y = 0$ (ускорение кирпича перпендикулярно оси OY), $G_y = -mg\cos\alpha$, $N_y = N$ и $F_{тр.y} = 0$, то

$$-mg\cos\alpha + N = 0.$$

Отсюда

$$N = mg\cos\alpha.$$

Поэтому

$$F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha.$$

Подставляя найденное значение $F_{тр}$ в формулу (5.21), получим:

$$a_x = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha). \tag{5.22}$$

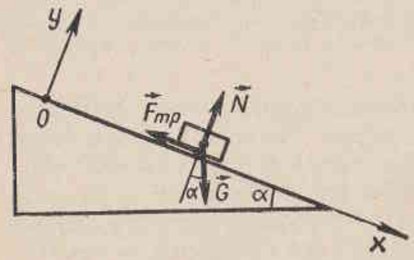


Рис. 116.

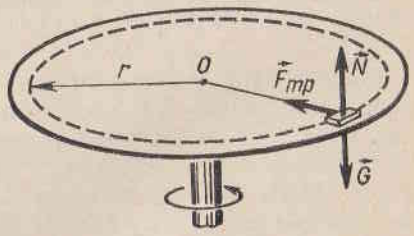


Рис. 117.

Из формулы (5.22) следует, что проекция ускорения кирпича на ось OX может быть положительной, отрицательной и равной нулю: если $\sin\alpha > \mu\cos\alpha$, то $a_x > 0$ (вектор ускорения направлен вдоль ленты конвейера вниз), если $\sin\alpha = \mu\cos\alpha$, то $a_x = 0$ (кирпич движется без ускорения), наконец, если $\sin\alpha < \mu\cos\alpha$, то $a_x < 0$ (вектор ускорения направлен вдоль ленты конвейера вверх).

Для случая, рассматриваемого в задаче, $a_x \approx -0{,}2$ *м/сек*². Следовательно, ускорение кирпича направлено вдоль ленты конвейера вверх и модуль этого ускорения равен:

$$a \approx 0{,}2 \text{ м/сек}^2.$$

Задача 6. На горизонтальной вращающейся платформе на расстоянии $R = 50$ *см* от оси вращения лежит груз. Коэффициент трения груза о платформу $\mu = 0{,}05$. При каком числе n оборотов в секунду груз начнет скользить?

Решение. На груз действуют три силы: сила тяжести $\vec{G}$, сила реакции платформы $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$. Так как сумма сил $\vec{G}$ и $\vec{N}$ равна нулю (груз не имеет ускорения в вертикальном направлении), то ускорение грузу сообщает только сила трения. Следовательно, в любой момент времени сила трения направлена к центру окружности, по которой движется груз (рис. 117).

По второму закону Ньютона

$$ma = F_{тр}.$$

Но

$$a = \omega^2 R = 4\pi^2 n^2 R.$$

Поэтому

$$4\pi^2 m n^2 R = F_{тр}.$$

Из этого равенства следует, что при увеличении числа оборотов платформы должна увеличиваться и сила трения покоя, удерживающая груз на окружности. Значит, максимальное число оборотов платформы, при котором скольжение груза еще не наступит, будет определяться максимальным значением силы трения покоя.

Поскольку в данном случае

$$F_{тр.\,макс} = \mu N = \mu G = \mu mg,$$

то

$$4\pi^2 m n^2_{макс} R = \mu mg.$$

Отсюда

$$n_{макс} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu g}{R}} \approx 0{,}16\ \frac{1}{сек}.$$

Таким образом, груз начнет скользить при $n > 0{,}16$ *1/сек*.

Упражнение 7

1. Как изменяется вес тел в ракете, удаляющейся от поверхности Земли вертикально вверх с постоянным ускорением 9,8 *м/сек*^{2}?

2. Радиус Луны R_1 приблизительно в 3,7 раза меньше, чем радиус Земли R, а масса Луны m_1 в 81 раз меньше массы Земли m. Каково ускорение свободного падения тел на поверхности Луны?

3. Во сколько раз выше и дальше может прыгнуть человек на Луне, чем на Земле?

4. Как возникает сила, мешающая вам провалиться сквозь землю?

5. К концу резинового шнура прикреплен брусок массой 100 *г*. Шнур растянули на 4 *см* и отпустили. Какое по модулю ускорение сообщил шнур бруску в начальный момент? Для растяжения шнура на 1 *см* требуется сила 0,1 *н*. Считать, что на брусок действует лишь сила упругости. Один конец шнура закреплен.

6. При быстром торможении автомобиль начал двигаться по горизонтальной дороге юзом (заторможенные колеса не вращаются, а скользят по дороге). С каким ускорением при этом движется автомобиль и через сколько времени от начала торможения автомобиль остановится, если его начальная скорость $v_0 = 20$ *м/сек*, а коэффициент трения колес о дорогу $\mu = 0,8$?

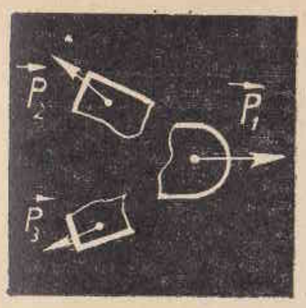
7. Стол продольно-строгального станка вместе с обрабатываемой деталью имеет массу 6500 *кг*. Установившаяся скорость холостого хода стола 36 *м/мин*. Определите силу, необходимую для достижения этой скорости на пути 200 *мм*, считая движение стола в это время равноускоренным. Коэффициент трения равен 0,11.

8. Вычислить силу притяжения между Землей и Луной, если масса Земли $6 \cdot 10^{27}$ *г*, масса Луны $7,3 \cdot 10^{25}$ *г* и расстояние между их центрами в среднем равно $3,8 \cdot 10^{10}$ *см*.

9. Ускорение лифта направлено вниз и равно 4 *м/сек*^{2}. На полу лифта лежит ящик массой 100 *кг*. Какую силу надо приложить к ящику параллельно дну лифта, чтобы двигать его равномерно, если коэффициент трения ящика о пол равен 0,1?

10. Груз массой 97 *кг* перемещают равномерно по горизонтальной поверхности с помощью веревки, образующей угол 30° с горизонтом. Найти силу натяжения веревки, если коэффициент трения равен 0,2. Решите эту задачу для случая, когда груз толкают равномерно, прилагая к нему силу с помощью стержня, наклоненного к горизонтальной поверхности под углом 30°.

11. Воздушный шар массой m опускается с ускорением a, направленным вниз. Какой груз (балласт) надо сбросить, чтобы шар стал подниматься равноускоренно с таким же по модулю ускорением?



ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

Глава VI

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

§ 59. Роль законов сохранения

Какую бы систему взаимодействующих тел мы ни рассматривали, будь то солнечная система или сталкивающиеся бильярдные шары, координаты и скорости тел непрерывно изменяются с течением времени. В этом, разумеется, нет ничего неожиданного.

Замечательным является то, что в системе тел, на которую не действуют внешние силы (такую систему называют замкнутой), имеется ряд величин, зависящих от координат и скоростей всех тел системы, которые при движении тел не изменяются со временем. Такими сохраняющимися величинами являются импульс (или количество движения), энергия и момент импульса (момент количества движения). Все они подчиняются соответствующим законам сохранения. В школьном курсе физики при изучении механики рассматриваются только два закона сохранения: закон сохранения импульса и закон сохранения энергии.

Роль законов сохранения в механике и в других разделах физики огромна.

В о - п е р в ы х, они позволяют сравнительно простым путем, не рассматривая действующие на тела силы, решать ряд практически важных задач. Мы это увидим в дальнейшем. Во-вторых, и это главное, открытые в механике законы сохранения играют в природе огромную роль, далеко выходящую за рамки самой механики. Даже в тех условиях, когда законы механики Ньютона применять нельзя, законы сохранения импульса, энергии и момента импульса не теряют значения. Они применимы как к телам обычных размеров, так и к космическим телам и элементарным частицам. Именно всеобщность законов сохранения, их применимость ко всем явлениям природы, а не только к механическим делает эти законы столь значительными.

§ 60. Импульс тела. Другая формулировка второго закона Ньютона

Второй закон Ньютона

$$\vec{F} = m\vec{a} \tag{6.1}$$

можно записать в иной форме, которая приведена самим Ньютоном в его основном труде «Математические начала натуральной философии».

Если на тело действует постоянная сила, то постоянным будет и ускорение. Согласно определению ускорения (см. § 15)

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0}, \tag{6.2}$$

где $\vec{v}_0$ — скорость тела в начальный момент времени t_0, а $\vec{v}$ — конечная скорость (т. е. скорость в момент времени t). Подставив (6.2) в (6.1), получим:

$$\frac{m(\vec{v} - \vec{v}_0)}{\Delta t} = \vec{F},$$

или

$$m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{F}\cdot\Delta t. \tag{6.3}$$

Величину, равную произведению массы тела на его скорость, называют импульсом (или количеством движения) тела. Обозначим импульс малой буквой $\vec{p}$:

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}.} \tag{6.4}$$

Из формулы (6.4) видно, что импульс есть векторная величина, которая зависит одновременно как от состояния движения тела (скорости), так и его инертных свойств(массы). Так как масса —

величина положительная, то вектор импульса направлен так же, как и вектор скорости (рис. 118).

Рис. 118.

Обозначим через $\vec{p}_0 = m\vec{v}_0$ импульс тела в начальный момент времени, а через $\vec{p} = m\vec{v}$ импульс тела в конечный момент времени. Тогда величина $\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$ есть изменение импульса за интервал времени Δt. Уравнение (6.3) можно поэтому записать так:

$$\boxed{\Delta\vec{p} = \vec{F}\cdot\Delta t} \tag{6.5}$$

Так как $\Delta t > 0$, то направления векторов $\Delta\vec{p}$ и $\vec{F}$ совпадают. Согласно формуле (6.5) **изменение импульса тела пропорционально приложенной к нему силе и имеет такое же направление, как и сила.** Именно так был впервые сформулирован второй закон Ньютона.

Произведение силы на время ее действия называют *импульсом силы*. Поэтому можно сказать, что изменение импульса тела равно импульсу силы, действующей на него.

Уравнение (6.5) показывает, что одинаковое изменение импульса тела может быть получено в результате действия большой силы в течение малого промежутка времени или малой силы на протяжении большого интервала времени.

При постоянной силе можно по уравнению (6.5) определить изменение импульса $\Delta\vec{p}$ за любой интервал времени:

$$\vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{F}\cdot\Delta t.$$

Отсюда легко определить конечный импульс $\vec{p}$ (или скорость тела $\vec{v}$), если известны сила и время ее действия. Если же сила переменна, то уравнение (6.5) непосредственно справедливо лишь для достаточно малого интервала времени Δt, за который сила не успеет измениться заметным образом.

Наименование единицы измерения импульса тела можно вывести из определения этой величины (6.4):

1 ед. импульса тела = 1 *кг* · 1 *м/сек* = 1 *кг·м/сек*.

Вопросы

1. Тело движется равномерно по окружности. Изменяется ли его импульс?
2. Автомобиль при торможении движется замедленно. Куда направлен вектор изменения его импульса?

§ 61. Закон сохранения импульса

Закон сохранения импульса является следствием второго и третьего законов Ньютона.

Для простоты будем считать, что система состоит всего из двух тел. Это могут быть две звезды, два бильярдных шара или другие тела. Пусть на тела системы действуют внешние силы $\vec{F_1}$ и $\vec{F_2}$.

Силы, с которыми тела системы взаимодействуют между собой, являются внутренними силами системы. Обозначим их через $\vec{F}_{1,2}$ и $\vec{F}_{2,1}$ (рис. 119). По третьему закону Ньютона $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$. Отсюда следует, что сумма внутренних сил всегда равна нулю:

$$\vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{2,1} = 0. \qquad (6.6)$$

Вследствие действия сил на тела системы их импульсы изменяются. Если взаимодействие рассматривается за малый промежуток времени, то (см. § 60) для каждого тела системы можно записать второй закон Ньютона в виде (6.5):

$$\Delta\vec{p}_1 = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_{1,2}\right) \cdot \Delta t,$$

$$\Delta\vec{p}_2 = \left(\vec{F}_2 + \vec{F}_{2,1}\right) \cdot \Delta t.$$

Сложив эти равенства, получим:

$$\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right) \cdot \Delta t. \qquad (6.7)$$

В левой части равенства (6.7) стоит сумма изменений импульсов всех тел системы, т. е. изменение импульса самой системы (под импульсом системы мы будем понимать геометрическую сумму импульсов всех тел системы):

$$\Delta\vec{p}_{\text{сист}} = \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2. \qquad (6.8)$$

Учитывая равенство (6.8), можно равенство (6.7) записать так:

$$\Delta\vec{p}_{\text{сист}} = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right) \cdot \Delta t,$$

$$\boxed{\Delta\vec{p}_{\text{сист}} = \vec{F} \cdot \Delta t,} \qquad (6.9)$$

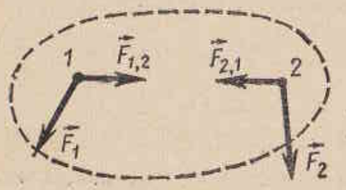


Рис. 119.

где $\vec{F}$ — сумма всех внешних сил, действующих на тела системы.

Мы доказали весьма важное положение: **импульс системы могут изменить только внешние силы, причем изменение импульса системы $\Delta\vec{p}_{\text{сист}}$ совпадает по направлению с суммарной внешней силой. Внутренние силы изменяют импульсы отдельных тел системы, но изменить суммарный импульс системы они не могут.**

Уравнение (6.9) справедливо для любого интервала времени Δt, если сумма внешних сил остается постоянной.

Из уравнения (6.9) вытекает закон сохранения импульса. Если сумма внешних сил, действующих на систему, равна нулю, то $\Delta\vec{p} = 0$ и импульс системы остается неизменным, или, как говорят, сохраняется:

$$\boxed{\vec{p}_{\text{сист}} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = \text{const.}} \qquad (6.10)$$

Закон сохранения импульса формулируется так: **если сумма внешних сил равна нулю, то импульс системы сохраняется.** Тела могут только обмениваться импульсами, суммарное же значение импульса не изменяется.

Импульс, очевидно, сохраняется в замкнутой системе тел, так как в этой системе на тела вообще не действуют внешние силы. Но область применения закона сохранения импульса шире: если даже на тела системы действуют внешние силы, но их сумма равна нулю, импульс системы все равно сохраняется.

Полученный результат справедлив для системы, содержащей произвольное число тел:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \cdots = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 + m_3\vec{u}_3 + \cdots, \qquad (6.11)$$

где $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$, ... — скорости тел в начальный момент времени, а $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$, $\vec{u}_3$, ... — скорости тел в конечный момент.

Так как импульс — векторная величина, то уравнение (6.11) представляет собой компактную запись трех уравнений для проекций импульса системы на оси координат.

Если сумма внешних сил не равна нулю, но сумма проекций сил на какое-то направление равна нулю, то проекция импульса системы на это направление не меняется.

Например, система тел на Земле или вблизи поверхности Земли не может быть замкнутой, так как на все тела действует сила тяжести. Однако вдоль горизонтального направления сила тяжести не действует и сумма проекций импульсов тел на это направление будет оставаться неизменной, если действием сил трения можно пренебречь.

Все реальные системы, строго говоря, не являются замкнутыми, а сумма внешних сил довольно редко может оказаться равной нулю. Тем не менее в очень многих случаях закон сохранения импульса можно применять. Так, если начальное и конечное состояния системы отделены малым интервалом времени (взрыв гранаты, выстрел из орудия и т. д.), то за это время такие внешние силы, как тяготение и трение, заметно не изменят импульс системы.

Вопросы

1. Запишите в общем виде закон сохранения импульса для системы, состоящей из трех тел.
2. Только ли в замкнутой системе выполняется закон сохранения импульса?
3. В лежащий на столе брусок попадает пуля, летящая горизонтально. Почему для нахождения скорости бруска с пулей можно применить закон сохранения импульса, хотя на брусок действуют внешние силы: сила тяжести, нормальная сила реакции стола и сила трения?

§ 62. Примеры применения закона сохранения импульса

Во многих случаях закон сохранения импульса сразу же позволяет решить поставленную задачу и можно обойтись без применения законов Ньютона.

Можно, например, найти скорость отката (отдачи) пушки, стоящей на горизонтальной поверхности, сразу после выстрела в горизонтальном направлении, если известна скорость вылета снаряда (рис. 120). При выстреле внутренние силы изменят импульс снаряда и пушки, но не изменят импульс системы в целом.

На пушку в вертикальном направлении действуют сила тяжести и сила реакции со стороны земли, но эти силы уравновешиваются. Когда же пушка приходит в движение, на нее действует еще сила трения. Но за малое время выстрела, в течение которого снаряд движется в канале ствола, эта сила заметно не

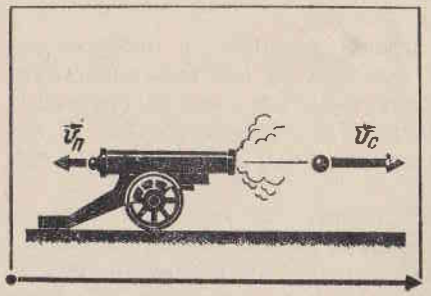


Рис. 120.

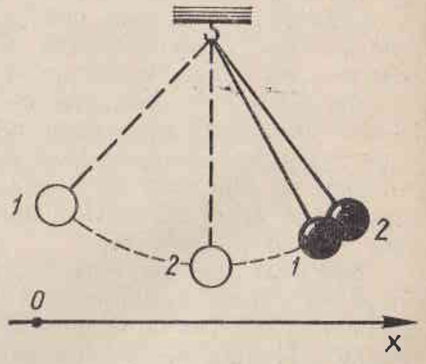


Рис. 121.

изменит импульс системы. Поэтому можно применить закон сохранения импульса.

До выстрела импульс системы пушка — снаряд был равен нулю. Следовательно, и в первый момент после выстрела он должен остаться равным нулю. Если через M обозначить массу пушки, а через m — массу снаряда, то закон сохранения импульса запишется так:

$$M\vec{v}_п + m\vec{v}_с = 0, \quad (6.12)$$

где $\vec{v}_п$ — скорость пушки, а $\vec{v}_с$ — скорость снаряда относительно земли. Из уравнения (6.12) вытекает, что

$$M\vec{v}_п = -m\vec{v}_с. \quad (6.13)$$

При выстреле пушка и снаряд получают равные по модулю и противоположные по направлению импульсы[1]; значит, и скорости их направлены в противоположные стороны. Согласно уравнению (6.13) модули скоростей связаны следующим соотношением:

$$\frac{v_с}{v_п} = \frac{M}{m}.$$

Скорость снаряда во столько раз больше скорости пушки, во сколько раз масса пушки больше массы снаряда.

Отдача при выстреле может быть использована для удаления стреляной гильзы и посылки нового патрона в ствол. Именно на этом принципе основано действие автоматического оружия: пушек малого калибра, пулеметов и автоматов.

Рассмотрим еще задачу о так называемом *абсолютно неупругом столкновении.*

Под абсолютно неупругим столкновением понимается такое столкновение (или удар), после которого тела движутся вместе (имеют одинаковую скорость).

Возьмем два шарика из пластилина, подвешенные на нитях одинаковой длины (рис. 121). Отведем один шарик от положения равновесия и отпустим его. После соударения шарики слипнутся и будут дальше двигаться вместе.

Закон сохранения импульса сразу же позволяет найти скорость шариков непосредственно после соударения. Обозначим скорость левого шара перед соударением через $\vec{v}_1$, а их общую скорость сразу же после столкновения через $\vec{v}$. Тогда закон сохранения запишется так:

$$m_1\vec{v}_1 = (m_1 + m_2)\vec{v}.$$

[1] Имеется в виду пушка без противооткатного устройства. В современных орудиях откатывается только ствол, а лафет не движется.

Перепишем это векторное уравнение в проекциях на ось OX:

$$m_1 v_{2x} = (m_1 + m_2) v_x.$$

Так как $v_{1x} = v_1$ и $v_x = v$, то

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

С такой скоростью будут двигаться шары сразу после столкновения.

Приведенные примеры показывают, что с помощью закона сохранения импульса можно очень просто находить скорости тел, не интересуясь силами их взаимодействия.

§ 63. Реактивное движение

Большое значение закон сохранения импульса имеет для исследования реактивного движения. Под реактивным движением понимается движение тела, возникающее при отделении некоторой его части с определенной скоростью относительно тела, например при истечении продуктов сгорания из сопла реактивного летательного аппарата. При этом появляется так называемая реактивная сила, толкающая тело вперед.

Наблюдать реактивное движение очень просто. Надуйте детский резиновый шарик и отпустите его. Шарик стремительно взовьется вверх (рис. 122). Движение, правда, будет кратковременным. Реактивная сила действует лишь до тех пор, пока продолжается истечение воздуха. Главная особенность реактивной силы состоит в том, что она возникает без какого-либо взаимодействия с внешними телами. Происходит лишь взаимодействие между ракетой и вытекающей из нее струей вещества. Сила же, сообщающая ускорение автомобилю или пешеходу на земле, пароходу на воде или винтовому самолету в воздухе, возникает только за счет взаимодействия этих тел с землей, водой или воздухом.

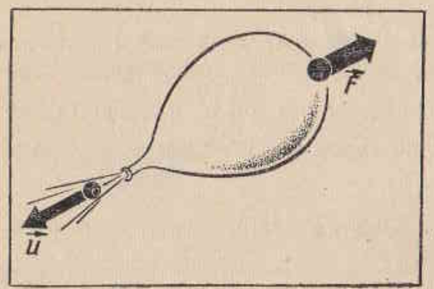


Рис. 122.

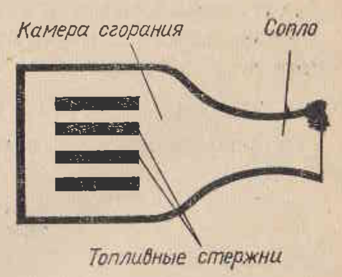


Рис. 123.

При истечении продуктов сгорания топлива они за счет давления в камере сгорания получают некоторую скорость относительно ракеты и, следовательно, некоторый импульс; поэтому в соответствии с законом сохранения импульса сама ракета получает такой же по модулю импульс, но направленный в противоположную сторону.

Масса ракеты с течением времени убывает. Ракета в полете является телом переменной массы. Поэтому для расчета ее движения нельзя применять непосредственно второй закон Ньютона, справедливый для материальной точки с постоянной массой. Но закон сохранения импульса и в этом случае можно применять для расчета движения.

§ 64. Реактивные двигатели

В настоящее время в связи с освоением космического пространства получили широкое распространение реактивные двигатели. Применяются они также для метеорологических и военных ракет различного радиуса действия. Кроме того, все современные скоростные самолеты оснащены реактивными двигателями.

В космическом пространстве использовать какие-либо другие двигатели, кроме реактивных, невозможно, так как там нет опоры (твердой, жидкой или газообразной), отталкиваясь от которой космический корабль мог бы получать ускорение. Применение же реактивных двигателей для самолетов и ракет, не выходящих за пределы атмосферы, связано с тем, что именно реактивные двигатели способны обеспечить максимальную скорость полета.

Реактивные двигатели делятся на два основных класса: ракетные и воздушно-реактивные.

В ракетных двигателях горючее и необходимый для его горения окислитель находятся непосредственно внутри двигателя или в его топливных баках. На рисунке 123 показана схема ракетного двигателя на твердом топливе. Порох или какое-либо другое топливо, содержащее и горючее, и окислитель, помещают внутрь камеры сгорания двигателя.

При горении топлива образуются газы, имеющие очень высокую температуру и оказывающие давление на стенки камеры. Сила давления на переднюю стенку камеры больше, чем на заднюю, где расположено сопло. В результате появляется сила, толкающая ракету вперед.

Сужение камеры справа (сопло), служит для увеличения скорости истечения продуктов сгорания, что в свою очередь повышает реактивную силу[1].

[1] Сужение струи газа вызывает увеличение его скорости, так как при этом через меньшее поперечное сечение в единицу времени должна пройти такая же масса газа, что и при большом поперечном сечении.

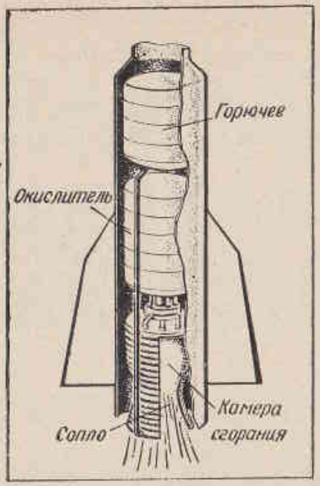


Рис. 124.

Применяются также ракетные двигатели, работающие на жидком топливе.

В жидкостно-реактивных двигателях (ЖРД) в качестве горючего можно использовать керосин, бензин, спирт, анилин, жидкий водород и др., а в качестве окислителя, необходимого для горения, — жидкий кислород, азотную кислоту, жидкий фтор, перекись водорода и др. Горючее и окислитель хранятся отдельно в специальных баках и с помощью насосов подаются в камеру сгорания, где развивается температура до 3000 °С и давление до 50 *ат* (рис. 124). В остальном работа двигателя происходит так же, как и двигателя на твердом топливе.

Жидкостно-реактивные двигатели используются для запуска космических кораблей.

Воздушно-реактивные двигатели в настоящее время применяют главным образом на самолетах. Основное их отличие от ракетных двигателей состоит в том, что окислителем для горения топлива служит кислород воздуха, поступающего внутрь двигателя из атмосферы.

На рисунке 125 изображена схема воздушно-реактивного двигателя турбокомпрессорного типа. В носовой части расположен компрессор, засасывающий и сжимающий воздух, который затем поступает в камеру сгорания. Жидкое горючее (обычно используется керосин) подается в камеру сгорания с помощью специальных форсунок.

Раскаленные газы (продукты сгорания), выходя через сопло, вращают газовую турбину, приводящую в движение компрессор. Турбокомпрессорные двигатели установлены в наших лайнерах ТУ-104, ИЛ-62 и др.

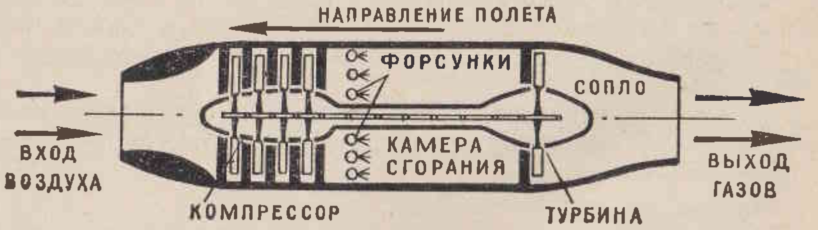


Рис. 125.

Циолковский Константин Эдуардович (1857—1935) — знаменитый русский ученый, основоположник теории межпланетных сообщений, изобретатель в области реактивных летательных аппаратов, воздухоплавания, аэродинамики.

Разработал проект цельнометаллического бескаркасного дирижабля.

В 1903 г. в работе «Исследование мировых пространств реактивными приборами» Циолковский создал теорию полета ракеты с учетом изменения ее массы в процессе движения и впервые выдвинул идею о применении ракетных двигателей для межпланетных кораблей.

В 1929 г. им была создана теория движения составных (ступенчатых) ракет. Такие ракеты теперь являются основным двигателем в космонавтике. Они используются для вывода на орбиты искусственных спутников Земли и запуска космических аппаратов к Луне и другим планетам.

В настоящее время становится реальностью пророчество Циолковского: «Человечество не останется вечно на Земле, но, в погоне за светом и пространством, сначала робко проникнет за пределы атмосферы, а затем завоюет себе все околосолнечное пространство».

§ 65. Успехи в освоении космического пространства

Автором первого в мире проекта реактивного летательного аппарата для полета людей был русский революционер-народоволец Н. И. Кибальчич (1854—1881).

Основы теории реактивного двигателя и научное доказательство возможности полетов в межпланетном пространстве были впервые высказаны и разработаны выдающимся русским ученым Константином Эдуардовичем Циолковским в работе «Исследование мировых пространств реактивными приборами». Эта работа вышла в 1903 г.

К. Э. Циолковскому принадлежит также идея применения многоступенчатых ракет. Отдельные ступени, из которых составлена ракета, снабжаются собственными двигателями и запасом топлива. По мере выгорания топлива каждая очередная ступень отделяется от ракеты. Поэтому в дальнейшем на ускорение ее корпуса и двигателя топливо не расходуется.

Идея Циолковского о сооружении большой станции-спутника на орбите вокруг Земли, с которой будут стартовать ракеты к другим планетам солнечной системы, еще не осуществлена, но нет сомнения в том, что рано или поздно такая станция будет создана.

Нашей стране принадлежит великая честь запуска 4 октября 1957 г. первого искусственного спутника Земли (рис. 126). Также впервые в мире в СССР 12 апреля 1961 г. был осуществлен полет космического корабля с космонавтом Юрием Алексеевичем Гагариным на борту.

Гагарин Юрий Алексеевич (1934—1968) — летчик-космонавт СССР, первый человек, совершивший полет в космос, Герой Советского Союза. 12 апреля 1961 г. впервые в мире совершил полет в космос на корабле-спутнике «Восток» облетев земной шар за 1 *ч* 48 *мин.* Принимая непосредственное участие в обучении и тренировке экипажей космонавтов, руководил космическими полетами. С. П. Королев сказал: «Гагарин — олицетворение вечной молодости нашего народа». 27 марта 1968 г. Ю. А. Гагарин трагически погиб при выполнении тренировочного полета на самолете. Именем Гагарина назван кратер на обратной стороне Луны.

Эти полеты были совершены на ракетах, сконструированных советскими учеными и инженерами под руководством Сергея Павловича Королева.

Впервые наша космическая станция, пройдя мимо Луны, стала искусственным спутником Солнца (2 января 1959 г.). 2 сентября 1959 г. был доставлен на Луну советский вымпел; в октябре 1959 г. космическая станция совершила облет Луны и впервые сфотографировала ее обратную сторону. В 1967 г. была совершена мягкая посадка космической станции на поверхность Луны и были переданы на Землю снимки поверхности Луны с близкого расстояния. В том же году советский космонавт А. Леонов осуществил выход в открытое космическое пространство. 8 октября 1967 г. впервые в мире на поверхность Венеры плавно опустилась научная лаборатория, доставленная автоматической станцией «Венера-4».

В сентябре 1970 г. советская автоматическая станция взяла пробы лунного грунта и доставила их на Землю. В ноябре того же года был доставлен на поверхность Луны советский самоходный исследовательский аппарат «Луноход-1».

Большие заслуги в исследовании космического пространства имеют американские ученые, инженеры и космонавты. Два американских космонавта из экипажа космического корабля «Апполон-11» Нейл Армстронг и Эдвин Олдрин 20 июля 1969 г. впервые совершили посадку на Луну и, выполнив там исследования, благополучно вернулись на Землю.

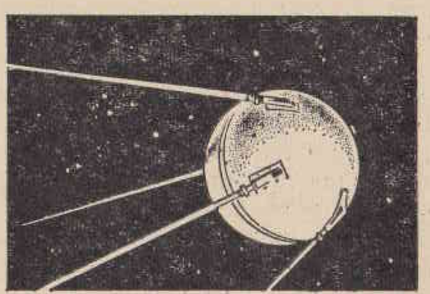


Рис. 126.

Несомненно, что в ближайшем будущем успехи в освоении космического пространства будут быстро нарастать.

Королев Сергей Павлович (1906—1966) — академик, выдающийся советский ученый, конструктор ракет, человек, с именем которого связано наступление эры покорения космоса. Первый искусственный спутник, первый полет человека в космос были осуществлены под его руководством. С. П. Королев — генеральный конструктор космических кораблей «Восток» и «Восход».

§ 66. Краткий итог главы «Закон сохранения импульса»

Из второго и третьего законов Ньютона вытекает важное следствие — закон сохранения импульса.

Импульс $\vec{p}$ тела массой m, имеющего скорость $\vec{v}$, равен:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Импульс системы равен геометрической сумме импульсов всех тел.

Если сумма внешних сил, действующих на систему, равна нулю, то импульс системы сохраняется:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \cdots = \text{const}.$$

Закон сохранения импульса имеет важное значение для исследования реактивного движения.

§ 67. Примеры решения задач

Закон сохранения импульса целесообразно применять для решения тех задач, в которых требуется определить скорости, а не силы или ускорения.

Для решения задачи обычно нужно записать закон сохранения импульса в проекциях на оси выбранной системы координат[1]. Выбор системы координат диктуется удобством решения данной задачи. Если, например, все тела движутся вдоль одной прямой, то

[1] Иногда целесообразно решать задачу, используя закон сложения векторов (см. задачу 2 на стр. 156).

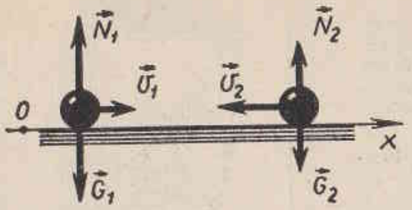


Рис. 127.

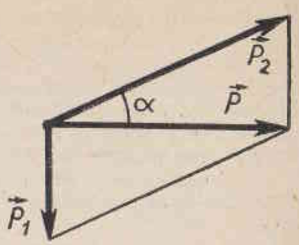


Рис. 128.

координатную ось OX целесообразно направить вдоль этой прямой. Если $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, ... — скорости тел в начальный момент времени (обычно до взаимодействия тел), а $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$, ... — скорости тел в конечный момент времени (после взаимодействия), то закон сохранения импульса в проекциях на ось OX записывается так:

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + \cdots = m_1 u_{1x} + m_2 u_{2x} + \cdots.$$

Задача 1. Два шара с массами $m_1 = 0{,}5$ *кг* и $m_2 = 0{,}2$ *кг* движутся по гладкой горизонтальной поверхности навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 1$ *м/сек* и $v_2 = 4$ *м/сек*. Найдите их скорость $\vec{v}$ после центрального абсолютно неупругого удара[1].

Решение. Движущиеся шары изображены на рисунке 127 Ось OX направлена вдоль линии, проходящей через центры шаров Так как вдоль оси OX силы не действуют (трения нет), то сумма проекций импульсов на эту ось сохраняется (сумма проекций импульсов обоих шаров до удара равна проекции общего импульса системы после удара):

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = (m_1 + m_2) v_x.$$

Здесь учтено, что после неупругого удара шары движутся с одной и той же скоростью.

Так как $v_{1x} = v_1$, а $v_{2x} = -v_2$, то

$$v_x = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} \approx -0{,}4 \text{ м/сек}.$$

После удара шары будут двигаться в отрицательном направлении оси OX (справа налево) со скоростью 0,4 *м/сек*.

Задача 2. Граната массой $m = 1$ *кг* на высоте $h = 7$ *м* разорвалась на два осколка. В момент разрыва ее скорость была равна $v = 1$ *м/сек* и направлена горизонтально. Один из осколков массой $m_1 = 0{,}6$ *кг* полетел вертикально вниз и достиг земли через 1 *сек* после взрыва. Найдите скорости обоих осколков сразу после взрыва гранаты.

[1] Удар шаров называется центральным, если скорости шаров направлены вдоль линии, соединяющей их центры.

Решение. Осколок массой 0,6 *кг* при взрыве получил скорость, направленную вниз.

Из кинематического уравнения

$$h = v_1 t + \frac{gt^2}{2}$$

находим модуль этой скорости:

$$v_1 = \frac{2h - gt^2}{2t} = 2 \text{ м/сек}.$$

Теперь можно определить модуль импульса первого осколка:

$$p_1 = m_1 v_1 = 1{,}2 \text{ кг}\cdot\text{м/сек}.$$

Поскольку время взрыва составляет всего несколько микросекунд, то внешняя сила — сила тяжести — не изменит заметно импульс системы. Поэтому импульс гранаты $\vec{p}$ до взрыва равен сумме импульсов осколков после взрыва:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2.$$

Зная модули и направление векторов $\vec{p}$ и $\vec{p}_1$, можно построением найти вектор $\vec{p}_2$ (рис. 128). Как видно из рисунка,

$$p_2 = \sqrt{p^2 + p_1^2} = 1{,}6 \text{ кг}\cdot\text{м/сек},$$

$$\sin\alpha = \frac{p_1}{p_2} = 0{,}75, \quad \alpha = 49°.$$

Скорость второго осколка

$$v_2 = \frac{p_2}{m_2} = 4 \text{ м/сек}.$$

Итак, после взрыва второй осколок получил скорость, модуль которой 4 *м/сек*. Направлена она под углом 49° к горизонту.

Упражнение 8

1. Однородный диск вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через центр перпендикулярно плоскости диска. Определите импульс этого диска.

2. Автомобиль массой 6 *т*, двигаясь прямолинейно, увеличил свою скорость с 36 до 72 *км/ч*. Найдите изменение импульса автомобиля.

3. Неподвижный вагон массой $2 \cdot 10^4$ *кг* сцепляется с платформой массой $3 \cdot 10^4$ *кг*. До сцепки платформа имела скорость 1 *м/сек*. Какова скорость вагона и платформы после их сцепки?

4. На платформу массой 500 *кг*, движущуюся по горизонтальному пути со скоростью 0,2 *м/сек*, насыпали сверху 100 *кг* щебня. Какой стала после этого скорость платформы?

5. На плот массой 100 *кг*, имеющий скорость 1 *м/сек*, направленную вдоль берега, прыгает человек массой 50 *кг* со скоростью 1,5 *м/сек* перпендикулярно берегу. Какой будет после этого общая скорость плота и человека?

6. Решите задачу 2 из § 67, записав закон сохранения импульса для проекций на вертикальную и горизонтальную оси координат.

7. Будет ли увеличиваться скорость ракеты, если скорость истечения газов относительно ракеты меньше скорости самой ракеты и вытекающие из сопла газы летят вслед за ракетой?

8. Чему равна сила давления на плечо при стрельбе из автомата, если масса пули 10 *г*, скорость пули при вылете из канала ствола 300 *м/сек* и автомат делает 300 выстрелов в минуту?

9. Охотник стреляет с легкой надувной лодки. Какую скорость приобретет лодка в момент выстрела, если масса охотника 70 *кг*, масса дроби 35 *г* и средняя начальная скорость дроби равна 320 *м/сек*? Ствол ружья во время выстрела образует с горизонтом угол 60°.

10. С какой скоростью откатится орудие массой 300 *кг* при стрельбе снарядом массой 30 *кг*. Снаряд вылетает со скоростью 200 *м/сек* относительно земли, а ствол орудия образует с горизонтом угол 60°. Трение не учитывать.

11. Две одинаковые ракеты, масса каждой из которых равна M, летят в одном направлении: одна со скоростью v, а другая — со скоростью $1{,}1\,v$. Когда ракеты поравнялись, двигатель первой ракеты был включен на короткое время. Какую массу продуктов сгорания должен выбросить этот двигатель со скоростью $3v$ относительно ракеты, чтобы могла быть осуществлена безопасная стыковка ракет?

Глава VII

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

§ 68. Двигатели

С точки зрения механики все наши ежедневные действия сводятся к тому, что мы с помощью мышц приводим в движение окружающие тела, поддерживаем это движение либо же останавливаем движущиеся тела. Этими телами являются орудия труда (молоток, ручка, игла), игры (мяч, шахматные фигуры) и пр. В процессе производства (на заводах и полях) люди приводят в движение орудия труда. Правда, в настоящее время роль рабочего все больше и больше сводится к управлению машинами. Но в любой машине можно обнаружить подобие простых орудий ручного труда. В швейной машине имеется игла; резец токарного станка подобен рубанку; ковш экскаватора заменяет лопату.

Применение машин во много раз увеличивает производительность труда благодаря использованию в них двигателей.

Двигатели могут быть совершенно различными. Автомобили и тракторы приводятся в движение двигателями внутреннего сгорания, пароходы — паровыми турбинами, станки — электродвигателями, часы и заводные игрушки — пружинами. Мышцы человека и животных можно также рассматривать как своеобразные двигатели.

Назначение двигателя состоит в том, чтобы приводить тела в движение и поддерживать это движение, несмотря на торможение как обычным трением, так и «рабочим» сопротивлением (резец должен не просто скользить по металлу, а, врезаясь в него, снимать стружку; плуг должен взрыхлять землю и т.д.). При этом на каждое движущееся тело должна действовать со стороны двигателя сила, точка приложения которой перемещается вместе с телом.

Когда человек или какой-либо двигатель действуют с определенной силой на движущиеся тела, то мы говорим, что они совершают работу.

Это обиходное представление о работе легло в основу формирования одного из важнейших понятий механики — понятия работы силы.

§ 69. Работа силы

Из курса физики VI класса известно, что в случае, когда сила и перемещение совпадают по направлению, работа определяется как произведение модуля силы F на модуль перемещения тела $|\Delta\vec{r}|$:

$$A = F \cdot |\Delta\vec{r}|.$$

Если сила образует угол α с перемещением (рис. 129), то работа силы зависит не только от модулей силы и перемещения, но и от угла α. Разложим силу $\vec{F}$ на две составляющие: $\vec{F}_r$ по направлению перемещения и $\vec{F}_n$, перпендикулярную к нему.

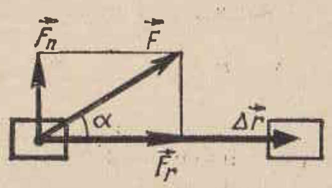


Рис. 129.

Сила $\vec{F}_n$, перпендикулярная перемещению, не может ни увеличить, ни уменьшить скорость тела. Она изменяет скорость только по направлению. (Вспомните, что при равномерном движении по окружности сила перпендикулярна скорости и меняет лишь ее направление, а не модуль.) Эта сила работы не совершает. Только сила $\vec{F}_r$, направленная вдоль перемещения, приводит тело в движение или может остановить его. Она совершает работу.

Следовательно, работа силы $\vec{F}$ равна работе ее составляющей $\vec{F}_r$. Модуль составляющей $\vec{F}_r$ можно выразить через модуль силы $\vec{F}$:

$$F_r = F \cos \alpha.$$

Поэтому

$$A = F_r \cdot \left| \Delta \vec{r} \right| = F \cdot \left| \Delta \vec{r} \right| \cdot \cos \alpha. \qquad (7.1)$$

Работа силы равна произведению модулей силы и перемещения и косинуса угла между ними.

Формула (7.1) справедлива в том случае, когда сила постоянна и перемещение тела происходит вдоль прямой. Малые отрезки траектории всегда можно считать прямолинейными и силу на малом отрезке постоянной.

Работа в отличие от силы и перемещения является не векторной, а скалярной величиной. Она может быть положительной, отрицательной или равной нулю. Бессмысленно было бы говорить, что работа, совершенная трактором, имеет какое-то направление в пространстве.

Знак работы определяется знаком косинуса угла между силой и перемещением. Если $\alpha < 90°$, то $A > 0$, так как косинус острых углов положителен. При $\alpha > 90°$ работа отрицательна, так как косинус тупых углов отрицателен. При $\alpha = 90°$ (сила перпендикулярна перемещению) работа не совершается. Так, сила тяжести не совершает работы при перемещении тела на горизонтальной плоскости. При движении спутника по круговой орбите сила тяготения также не совершает работы.

Если на тело действует несколько сил, то проекция результирующей силы на перемещение равна сумме проекций отдельных сил:

$$F_r = F_{1r} + F_{2r} + \cdots .$$

Поэтому для работы результирующей силы получаем:

$$A = F_{1r} \cdot \left| \Delta \vec{r} \right| + F_{2r} \cdot \left| \Delta \vec{r} \right| + \cdots = A_1 + A_2 + \cdots . \qquad (7.2)$$

Итак, если на тело действует несколько сил, то полная работа (сумма работ всех сил) равна работе результирующей силы.

Совершенную силой работу можно представить графически, если изобразить на рисунке зависимость проекции силы от координа-

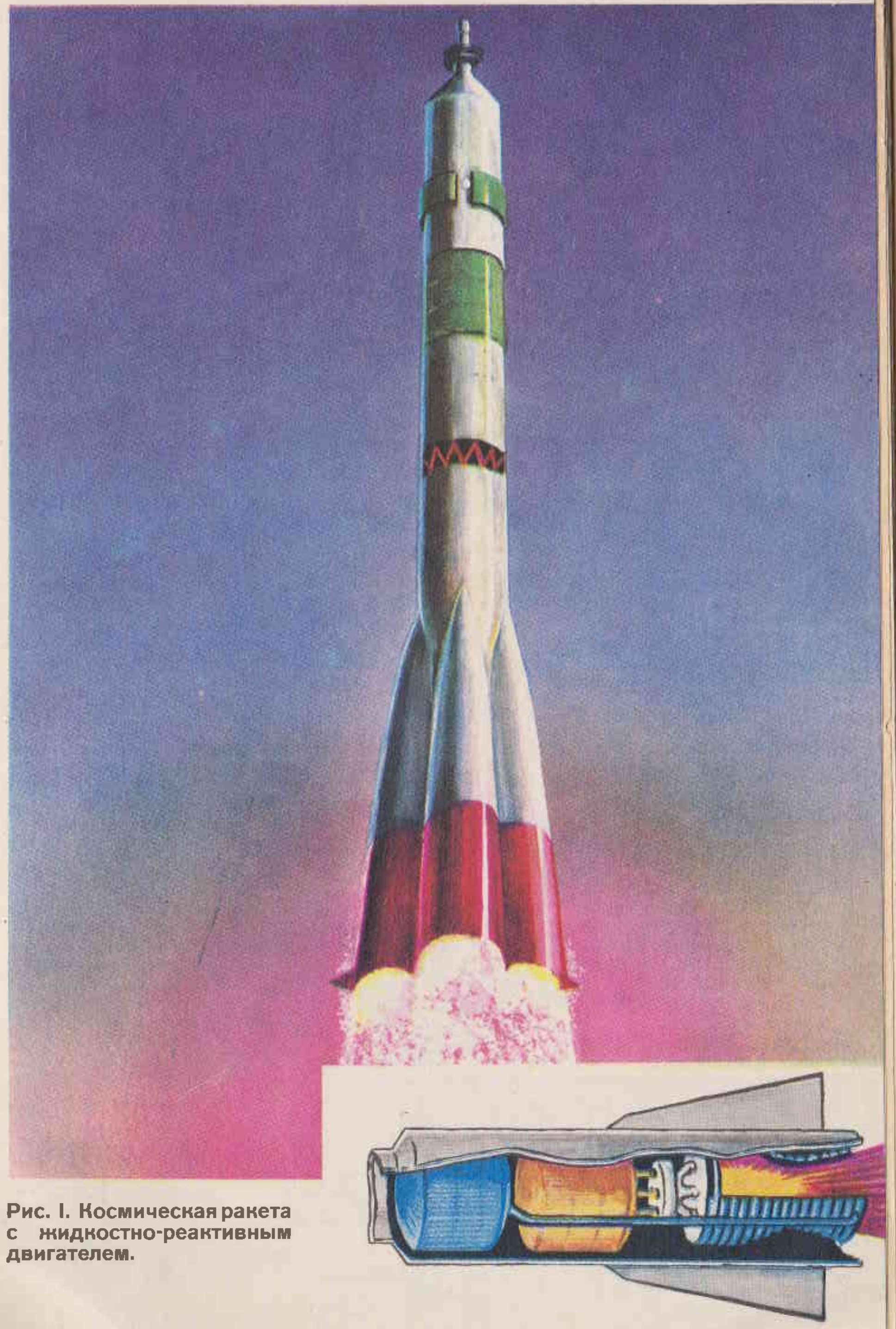


Рис. I. Космическая ракета с жидкостно-реактивным двигателем.

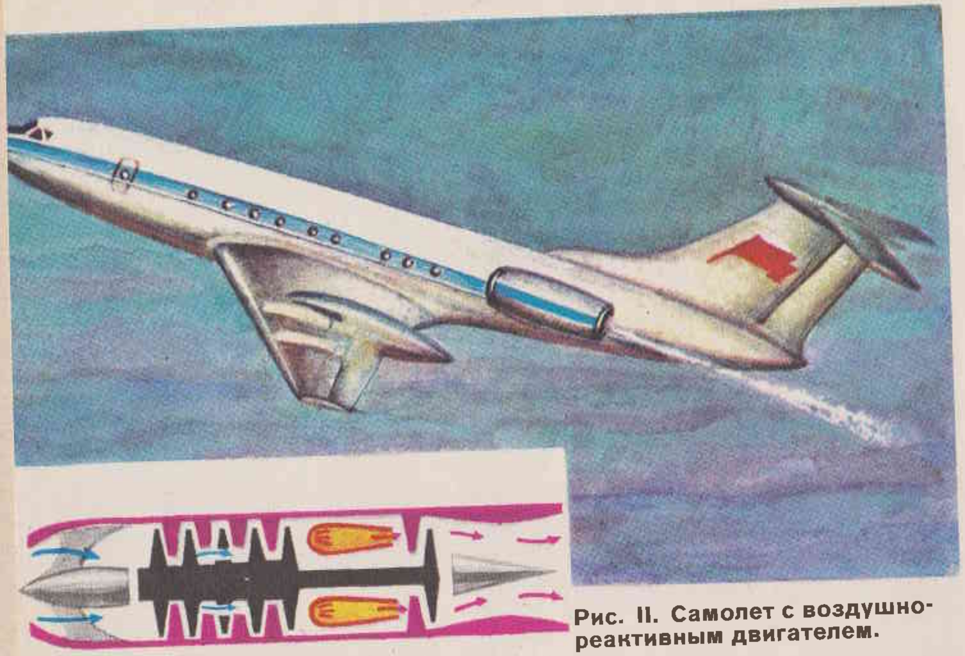


Рис. II. Самолет с воздушно-реактивным двигателем.

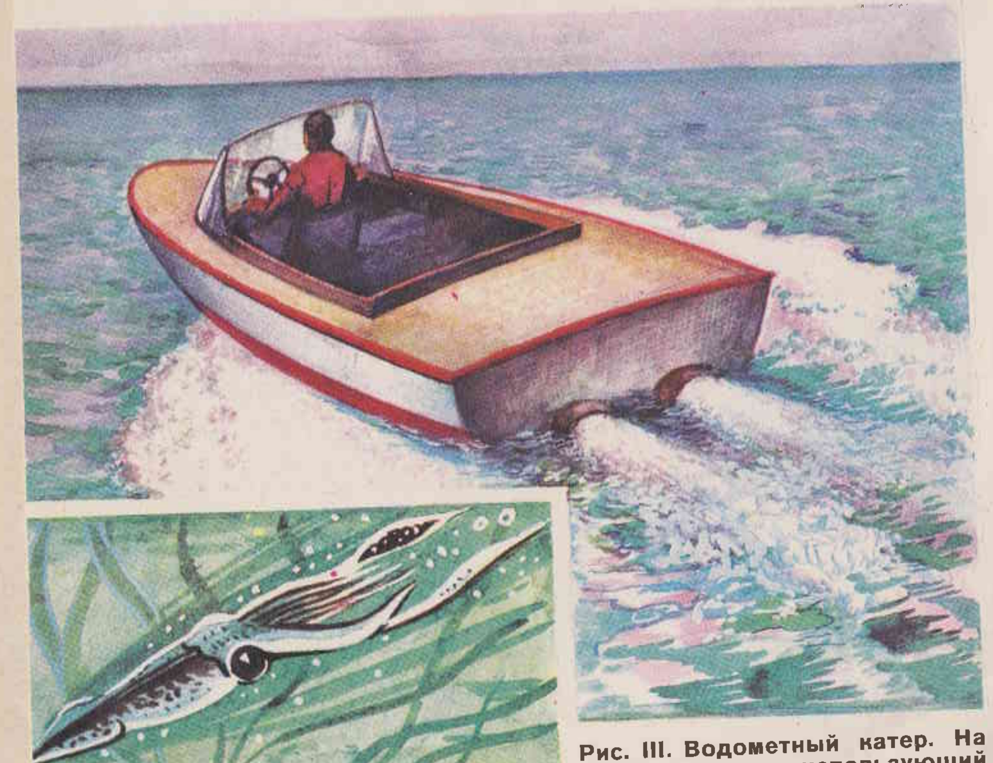


Рис. III. Водометный катер. На врезке: кальмар, использующий принцип реактивного движения.

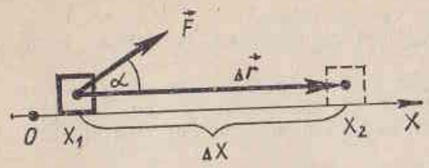


Рис. 130.

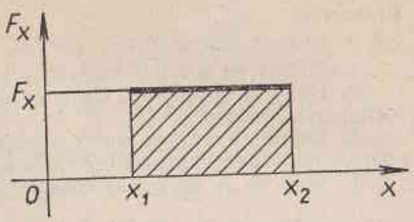


Рис. 131.

ты тела при его движении по прямой. Пусть тело движется вдоль оси OX (рис. 130), тогда $F \cos \alpha = F_x$, $|\Delta\vec{r}| = \Delta x$. Для работы силы получаем:

$$A = F \cdot \left| \Delta\vec{r} \right| \cdot \cos \alpha = F_x \cdot \Delta x.$$

Очевидно, что площадь прямоугольника, заштрихованного на рисунке 131, численно равна работе при перемещении тела из точки с координатой x_1 в точку с координатой x_2.

Единицы работы. Единицы измерения работы можно установить с помощью основной формулы (7.1). Если при перемещении тела на единицу длины на него действует сила, модуль которой равен единице и направление которой совпадает с направлением перемещения ($\alpha = 0$), то и работа будет равна единице. В Международной системе единиц (СИ) при $F = 1$ *н*, $|\Delta\vec{r}| = 1$ *м* и $\alpha = 0$ совершается работа

$$A = 1\ н \cdot 1\ м = 1\ н \cdot м,$$

принятая за единицу работы, которую называют д ж о у л е м.

Итак, **джоуль — это работа, совершаемая силой 1 *н* на перемещение в 1 *м*, когда направление силы и перемещения совпадают.**

В технике часто используют кратную единицу работы — к и л о д ж о у л ь:

$$1\ кдж = 1000\ дж.$$

В системе СГС единицу работы называют *эрг*. Причем

$$1\ эрг = 1\ дин \cdot 1\ см.$$

Можно установить соотношение между джоулем и эргом:

$$1\ дж = 1\ н \cdot 1\ м = 10^5\ дин \cdot 100\ см = 10^7\ эрг.$$

Применяется также внесистемная единица работы — к и л о г р а м м - с и л а м е т р:

$$1\ кгс \cdot м = 1\ кгс \cdot 1\ м = 9{,}8\ н \cdot 1\ м = 9{,}8\ дж.$$

Вопросы

1. Может ли совершить работу сила трения покоя?
2. Приведите пример, когда сила трения скольжения совершает положительную работу.
3. Верно ли следующее утверждение: работа силы равна произведению модуля проекции силы на модуль перемещения, вызванного данной силой?
4. Зависит ли величина совершенной работы от выбора системы отсчета?

§ 70. Мощность

Работа может быть совершена как за большой промежуток времени, так и за очень малый. На практике, однако, далеко не безразлично, быстро или медленно может быть произведена работа. Временем, в течение которого совершается работа, определяют производительность любого двигателя. Очень большую работу может совершать и крошечный электромоторчик, но для этого понадобится много времени. Поэтому наряду с работой вводят величину, характеризующую быстроту, с которой производится работа — *мощность*.

Мощностью называют величину, равную отношению работы A к интервалу времени Δt, за который эта работа совершена:

$$\boxed{N = \frac{A}{\Delta t}}. \tag{7.3}$$

Иными словами, мощность равна работе, совершенной в единицу времени.

Подставляя вместо работы A ее выражение (7.1), получим:

$$N = F\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}\cos\alpha = Fv\cos\alpha. \tag{7.4}$$

Таким образом, мощность равна произведению модуля силы на модуль скорости и на косинус угла между ними. Мощность можно повысить как за счет увеличения действующих сил, так и за счет увеличения скорости движения.

В системе СИ мощность измеряется в ваттах (*вт*). Мощность равна 1 *вт*, если работа в 1 *дж* совершается за 1 *сек*.

Наряду с ваттом используют более крупные (кратные) единицы мощности:

1 *гвт* (гектоватт) = 100 *вт*,

1 *квт* (киловатт) = 1000 *вт*,

1 *Мвт* (мегаватт) = 1 000 000 *вт*.

В системе СГС за единицу мощности принимается 1*эрг/сек*.

Легко найти соотношение между единицами мощности 1*вт* и 1 *эрг/сек*:

1 *вт* = 1 *дж/сек* = 10^7 *эрг/сек*.

В технике иногда используют единицу мощности килограмм-сила метр в секунду (1 *кгс·м/сек*).

1 *кгс·м/сек* = 9,8 *н·м/сек* = 9,8 *вт*.

До сих пор еще применяют иногда старую внесистемную единицу мощности — лошадиную силу (*л. с.*):

1 *л. с.* = 75 *кгс·м/сек* ≈ 735 *вт*.

Мощности, развиваемые двигателями, колеблются в огромном диапазоне: от долей ватта до сотен и тысяч мегаватт (для двигателей космических ракет).

Человек без особого напряжения может длительное время развивать мощность порядка 70 *вт*. Мощность муравья составляет около 10^{-5} *вт*.

§ 71. Энергия

Для совершения работы необходимо, чтобы на движущееся тело все время действовала та или иная сила. Тепловые двигатели обеспечивают существование силы до тех пор, пока не кончится топливо, а электродвигатель — до тех пор, пока к нему подводится ток. Однако эти двигатели представляют собой сложные системы. Их устройство и действие в механике не рассматриваются.

Рассмотрим простые системы движущихся тел, взаимодействующих друг с другом посредством сил тяготения и способных в той или иной мере деформироваться. (Пружина или резиновый шнур деформируются значительно, а камень, дерево, металл — столь мало, что их деформациями обычно можно пренебречь.) Будем считать, что никаких химических превращений тел не происходит и что в системе нет заряженных тел и электрических токов.

Тогда легко обнаружить, что поднятые над землей грузы, а также устройства, имеющие сжатые пружины, способны действовать на движущееся тело и совершать работу лишь в течение определенного промежутка времени. Рано или поздно пружина распрямится, а груз опустится на землю и силы перестанут совершать работу.

Совершение работы не проходит для тел бесследно.

Рассмотрим, например, часы с пружинным заводом. При заводе часов состояние системы (часового механизма) меняется так, что он приобретает способность совершать работу в течение длительного времени. Пружина поддерживает движение всех колес, стрелок и маятника, испытывающих сопротивление движению, вызванное трением. По мере хода часов способность пружины совершать работу постепенно исчерпывается. Состояние пружины меняется.

Подобным образом при совершении работы меняется состояние сжатого газа и движущихся тел.

Если тело или система тел могут совершать работу, то говорят, что они обладают *энергией*.

Совершая механическую работу, тело или система тел переходит из одного состояния в другое, в котором их энергия минимальна. Груз опускается, пружина распрямляется, движущееся тело останавливается. При совершении работы энергия постепенно расходуется. Для того чтобы система опять приобрела способность совершать работу, надо изменить ее состояние: увеличить скорости тел, поднять их вверх или деформировать. Для этого внешние силы должны совершить над системой положительную работу.

Можно сказать, что **энергия в механике — величина, определяемая состоянием тела или системы тел; изменение энергии при переходе системы из одного состояния в другое равно работе внешних сил.**

§ 72. Кинетическая энергия и ее изменение

В механике состояние системы определяется положением тел и их скоростями. Сначала найдем, как энергия тел зависит от их скоростей.

Подсчитаем работу постоянной силы $\vec{F}$, действующей на тело (материальную точку) массой m при ее прямолинейном движении. Пусть направление силы совпадает с направлением скорости. В этом случае направления вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ и вектора силы совпадают (рис. 132). Поэтому работа силы $\vec{F}$ равна:

$$A = F \cdot |\Delta\vec{r}|.$$

Выберем координатную ось OX так, чтобы векторы $\vec{F}$, $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ и $\Delta\vec{r}$ были направлены в сторону положительного направления этой оси. Тогда $\Delta r_x = \Delta x$, и формулу для работы можно записать так

$$A = F \cdot \Delta x. \tag{7.5}$$

Согласно второму закону Ньютона

$$F = ma. \tag{7.6}$$

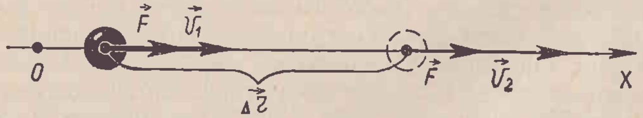


Рис. 132.

Так как точка движется с постоянным ускорением, то изменение ее координаты Δx при переходе из начального положения в конечное положение можно найти по известной нам из кинематики формуле (2.7):

$$\Delta x = v_1 t + \frac{at^2}{2}. \tag{7.7}$$

Подставляя (7.6) и (7.7) в (7.5), получим:

$$A = ma\left(v_1 t + \frac{at^2}{2}\right) = \frac{m}{2}(2v_1 at + a^2t^2).$$

Поскольку в данном случае

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t},$$

то

$$A = \frac{m}{2}\{2v_1(v_2 - v_1) + (v_2 - v_1)^2\} = \frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right),$$

или

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \tag{7.8}$$

Можно показать, что формула (7.8), выведенная для прямолинейного движения тела, на которое действует постоянная сила, справедлива и в тех случаях, когда на тело действует переменная сила и оно движется по криволинейной траектории.

Таким образом, работа силы при перемещении тела из начального положения в конечное равна изменению величины $\frac{mv^2}{2}$.

Согласно определению энергии (§ 71) величина $\frac{mv^2}{2}$ представляет собой энергию, которую имеет тело, движущееся со скоростью $\vec{v}$. Эту энергию называют *кинетической* (от греческого слова «кинема» — движение).

Кинетической энергией называется величина, равная половине произведения массы на квадрат скорости тела.

Будем обозначать кинетическую энергию буквой K:

$$\boxed{K = \frac{mv^2}{2}.} \tag{7.9}$$

Измеряется энергия в тех же единицах, что и работа. Учитывая (7.9), можно уравнение (7.8) записать так:

$$A = K_2 - K_1 = \Delta K. \tag{7.10}$$

Равенство (7.10) выражает теорему об изменении кинетической энергии: **изменение кинетической энергии тела (материальной точки)** за некоторый промежуток времени равно работе, совершенной за это же время силой, действующей на это тело.**

Кинетическая энергия зависит только от масс и скоростей тел. Как мы увидим дальше, полная механическая энергия системы зависит от скоростей тел и расстояний между ними. Для того чтобы вычислить ту часть энергии, которая зависит от расстояний между телами, нужно предварительно рассмотреть работу силы тяжести и силы упругости.

Вопросы

1. Начертите график изменения кинетической энергии в зависимости от скорости.

2. На тело, имевшее скорость $\vec{v}_0$, начала действовать сила, направление которой противоположно направлению скорости. Через некоторое время направление скорости изменилось на противоположное и затем ее модуль стал таким же, каким он был вначале. Какую работу совершила сила за это время?

3. Три тела с массами m_1, m_2 и m_3 имеют скорости $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_3$. Запишите выражение для кинетической энергии системы трех тел.

4. Зависит ли кинетическая энергия от выбора системы отсчета?

§ 73. Работа силы тяжести

Вычислим работу силы тяжести при падении тела (например, камня) вертикально вниз. В начальный момент тело находилось на высоте h_1 над поверхностью Земли, а в конечный момент — на высоте h_2 (рис. 133). Модуль перемещения тела $|\Delta\vec{r}| = h_2 - h_1$. Направления силы тяжести $\vec{G}$ и перемещения $\Delta\vec{r}$ совпадают. Согласно определению работы (7.1) имеем:

$$A_{12} = G \cdot \left|\Delta\vec{r}\right| \cdot \cos 0^\circ = mg\,(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2. \quad (7.11)$$

Пусть теперь тело брошено вертикально вверх из точки, расположенной на высоте h_1 над поверхностью Земли, и достигает высоты h_2 (рис. 134). Векторы $\vec{G}$ и $\Delta\vec{r}$ направлены в противоположные стороны, а модуль перемещения $|\Delta\vec{r}| = h_2 - h_1$. Работа силы тяжести запишется так:

$$A = G \cdot |\Delta\vec{r}| \cdot \cos 180^\circ = mg\,(h_2 - h_1)\,(-1) = mgh_1 - mgh_2. \quad (7.12)$$

Если тело перемещается по прямой так, что направление перемещения составляет угол α с направлением силы тяжести (рис. 135), то работа силы тяжести равна:

$$A = G \cdot \left|\Delta\vec{r}\right| \cdot \cos\alpha = mg \cdot \left|\vec{BC}\right| \cdot \cos\alpha.$$

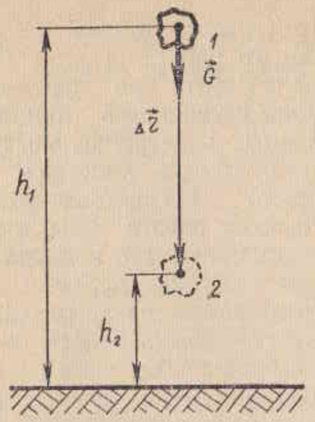


Рис. 133.

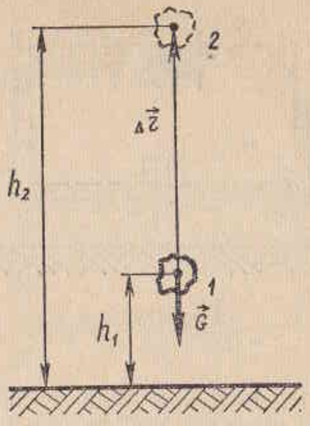


Рис. 134.

Из прямоугольного треугольника BCD видно, что $|\vec{BC}| \cdot \cos\alpha = |BD| = h_1 - h_2$. Следовательно,

$$A = mg\,(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2. \quad (7.13)$$

Формулы (7.11), (7.12) и (7.13) дают возможность подметить важную закономерность. При прямолинейном движении тела работа силы тяжести в каждом случае равна разности двух значений величины, зависящей от положений тела в начальный и конечный моменты времени. Эти положения определяются высотами h_1 и h_2 тела над поверхностью Земли.

Более того, работа силы тяжести при перемещении тела массы m из одного положения в другое не зависит от формы траектории, по которой движется тело. Действительно, если тело переме-

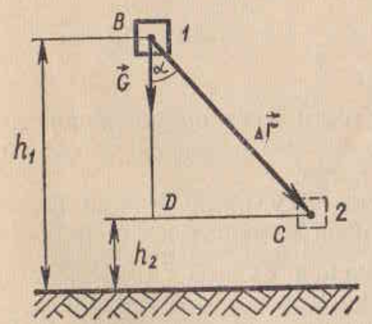


Рис. 135.

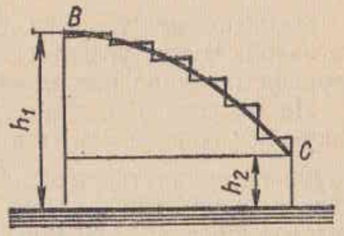


Рис. 136.

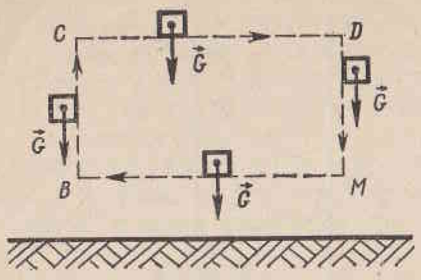


Рис. 137.

щается вдоль кривой BC (рис. 136), то работа на этой кривой равна работе при перемещении вдоль ступенчатой линии, состоящей из вертикальных и горизонтальных участков малой длины. На горизонтальных участках работа силы тяжести равна нулю, так как сила перпендикулярна перемещению, а сумма работ на вертикальных участках равна работе, которую совершила бы сила тяжести при перемещении тела по вертикальной прямой длиной $h_1 - h_2$. Таким образом, работа при перемещении вдоль кривой BC равна:

$$A = mgh_1 - mgh_2. \qquad (7.14)$$

При движении тела по замкнутой траектории работа силы тяжести равна нулю. В самом деле, пусть тело движется по замкнутому контуру $BCDMB$ (рис. 137). На участках CD и MB траектории работа силы $\vec{G}$ равна нулю, так как сила $\vec{G}$ перпендикулярна перемещениям. На участках же BC и DM сила $\vec{G}$ совершает работы, равные по абсолютной величине, но противоположные по знаку. Сумма этих работ равна нулю. Следовательно, равна нулю и работа на всем замкнутом контуре.

Итак, **работа сил тяжести не зависит от формы траектории тела: она определяется лишь начальным и конечным положениями тела. При перемещении тела по замкнутой траектории работа силы тяжести равна нулю.**

Силы, обладающие такими свойствами, называют *консервативными*.

§ 74. Работа силы упругости

Подобно силе тяжести, сила упругости тоже является консервативной. Чтобы убедиться в этом, вычислим работу, которую совершает пружина при перемещении груза.

На рисунке 138, *а* показана пружина, у которой один конец закреплен неподвижно, а к другому концу прикреплен шар. Если пружина растянута, то она действует на шар с силой $\vec{F}$ (рис. 138, *б*), направленной к положению равновесия шара, в котором пружина недеформирована. Начальное удлинение пружины равно Δl_1. Вычислим работу силы упругости при перемещении шара из точки

с координатой x_1 в точку с координатой x_2. Из рисунка 138, *в* видно, что модуль перемещения равен:

$$\left|\Delta\vec{r}\right| = x_1 - x_2 = \Delta l_1 - \Delta l_2, \quad (7.15)$$

где Δl_2 — конечное удлинение пружины.

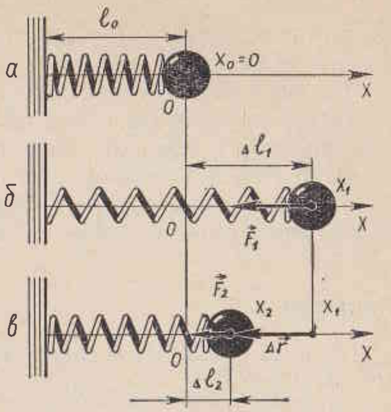


Рис. 138.

Вычислить работу силы упругости по формуле (7.1) нельзя, так как эта формула справедлива лишь для постоянной силы, а сила упругости при изменении деформации пружины не остается постоянной. Для вычисления работы воспользуемся графиком зависимости модуля силы упругости от координаты шара (рис. 139). Разобьем отрезок BM на столь малые элементы Δx, чтобы силу на каждом из них можно было считать постоянной. Используя затем прием, который мы разработали в § 17 для вывода формулы зависимости координат от времени при движении с постоянным ускорением, можно доказать, что работа силы упругости при перемещении $\left|\Delta\vec{r}\right| = x_1 - x_2$ численно равна площади трапеции $BCDM$. Следовательно,

$$A = \frac{F_1 + F_2}{2}(x_1 - x_2) = \frac{F_1 + F_2}{2} \cdot \left|\Delta\vec{r}\right|. \qquad (7.16)$$

Согласно закону Гука (см. § 52) $F_1 = k \cdot \Delta l_1$ и $F_2 = k \cdot \Delta l_2$. Подставляя эти выражения для сил в уравнение (7.16) и учитывая, что $\left|\Delta\vec{r}\right| = \Delta l_1 - \Delta l_2$, получим:

$$A = \frac{k \cdot \Delta l_1 + k \cdot \Delta l_2}{2}(\Delta l_1 - \Delta l_2) = \frac{k[(\Delta l_1)^2 - (\Delta l_2)^2]}{2}.$$

Или окончательно

$$A = \frac{k(\Delta l_1)^2}{2} - \frac{k(\Delta l_2)^2}{2}. \qquad (7.17)$$

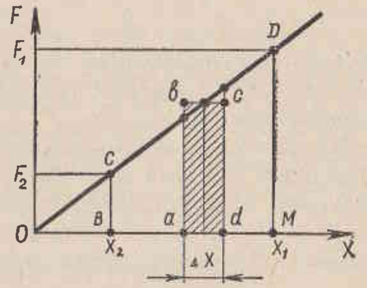


Рис. 139.

Мы рассмотрели случай, когда направления силы упругости и перемещения тела совпадали. Можно было бы найти работу силы упругости, когда ее направление противоположно перемещению тела или составляет с ним произвольный угол, а также при перемещении тела вдоль кривой произвольной формы.

Во всех этих случаях движения тела под действием силы упругости мы пришли бы к той же формуле для работы (7.17). Работа сил упругости зависит лишь от деформаций пружины Δl_1 и Δl_2 в начальном и конечном состояниях.

Таким образом, в отношении совершения работы **сила упругости аналогична силе тяжести, т. е. является консервативной силой.**

Вопросы

1. Чему равна работа силы упругости при перемещении тела по замкнутой траектории?
2. Какие силы называют консервативными?

§ 75. Потенциальная энергия

Используя второй закон Ньютона, мы доказали (см. § 72), что работа сил любой природы может быть представлена в виде разности двух значений некоторой величины, зависящей от скорости — разности между значениями кинетической энергии тела в конечный и начальный моменты времени:

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv^2}{2} = \Delta K. \qquad (7.18)$$

Если же силы взаимодействия между телами являются консервативными, то, используя явные выражения для сил, мы показали (см. § 73 и 74), что работу можно также представить в виде разности двух значений величины, зависящей от взаимного расположения тел (или частей одного тела):

$$A = mgh_1 - mgh_2 \text{ (для силы тяжести)},$$
$$A = \frac{k(\Delta l_1)^2}{2} - \frac{k(\Delta l_2)^2}{2} \text{ (для сил упругости)}. \qquad (7.19)$$

Здесь высоты h_1 и h_2 определяют взаимное расположение тела и Земли, а Δl_1 и Δl_2 — взаимное расположение витков деформированной пружины.

Величину, равную произведению массы тела m на ускорение свободного падения g и высоту тела над поверхностью Земли h, называют *потенциальной энергией взаимодействия тела и Земли* (от греческого слова «потенциа» — положение, возможность). Условимся обозначать потенциальную энергию буквой $П$:

$$\boxed{П = mgh.} \qquad (7.20)$$

Величину, равную половине произведения коэффициента упругости k тела на квадрат его деформации Δl, называют *потенциальной энергией упругодеформированного тела*:

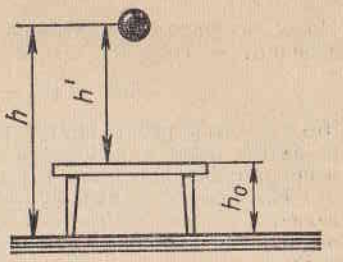


Рис. 140.

$$\boxed{П = \frac{k(\Delta l)^2}{2}.} \qquad (7.21)$$

В обоих случаях потенциальная энергия определяется состоянием системы. Она зависит от расположения тел системы или частей одного тела друг относительно друга.

Введя понятие потенциальной энергии, мы получаем возможность выразить работу любых консервативных сил через изменение потенциальной энергии. Под изменением величины понимают разность между ее конечным и начальным значениями. Поэтому $\Delta П = П_2 - П_1$. Следовательно, уравнения (7.19) можно записать так:

$$A = П_1 - П_2 = -(П_2 - П_1) = -\Delta П. \qquad (7.22)$$

Эта формула позволяет дать общее определение потенциальной энергии. **Потенциальной энергией системы называется величина, зависящая от положения тел. Изменение этой величины при переходе системы из начального состояния в конечное равно работе внутренних консервативных сил системы, взятой с противоположным знаком.**

Знак минус в формуле (7.22) не означает, что работа консервативных сил всегда отрицательна. Он означает лишь, что изменение потенциальной энергии и работа сил в системе всегда имеют противоположные знаки. Например, при падении камня на землю его потенциальная энергия убывает ($\Delta П < 0$). Но сила тяжести совершает положительную работу ($A > 0$). Следовательно, A и $\Delta П$ имеют противоположные знаки в соответствии с формулой (7.22).

Нулевой уровень потенциальной энергии. Потенциальная энергия взаимодействия тела и Земли равна $П = mgh$, если отсчитывать высоту h от поверхности Земли. При этом потенциальная энергия равна нулю, если тело лежит на поверхности Земли. Поверхность Земли является, таким образом, поверхностью нулевого уровня потенциальной энергии.

Но мы с тем же успехом можем принять за нулевой уровень потенциальной энергии поверхность стола. Что при этом изменится? Будем отсчитывать положение тела от поверхности стола высотой h_0 (рис. 140). Тогда потенциальная энергия на высоте h' над столом будет равна:

$$П' = mgh'.$$

Так как $h' = h - h_0$, где h — высота тела над землей, то

$$П' = mg(h - h_0) = mgh - mgh_0 = П - mgh_0.$$

Новое значение потенциальной энергии отличается от старого на постоянную величину — mgh_0. Но изменение потенциальной энергии остается тем же:

$$\Delta П' = (П_2 - mgh_0) - (П_1 - mgh_0) = \Delta П.$$

Это и понятно: работа внутренних сил системы не изменяется при другом выборе начала отсчета положений тел, а именно этой работой определяется изменение потенциальной энергии (см. формулу 7.22).

Мы пришли к важному выводу: потенциальная энергия в механике определяется состоянием системы не однозначно, а с точностью до произвольной постоянной, зависящей от выбора нулевого уровня энергии. Вместо формулы 7.22) можно записать следующую:

$$П = mgh + C, \tag{7.23}$$

где C — произвольная постоянная.

Этот вывод справедлив и для потенциальной энергии упругодеформированного тела. Если к энергии $\frac{k(\Delta l)^2}{2}$ прибавить любую постоянную величину, то работа $A = -\Delta П$ не изменится.

Ни одно явление в природе и технике не определяется значением самой потенциальной энергии. Важна лишь разность значений потенциальной энергии системы в ее конечном и начальном состояниях.

Вопросы

1. В чем состоит сходство между кинетической энергией тела и потенциальной?
2. В чем состоит различие между кинетической энергией и потенциальной?
3. Может ли потенциальная энергия быть отрицательной?

§ 76. Закон сохранения энергии в механике

В замкнутой системе тел положительная работа внутренних сил увеличивает кинетическую энергию и уменьшает потенциальную. Отрицательная работа, напротив, увеличивает потенциальную энергию и уменьшает кинетическую (см. § 72 и 75). Именно благодаря этому выполняется закон сохранения энергии.

Снова обратимся к уже рассматривавшейся простой системе тел, состоящей из земного шара и поднятого над землей тела, например камня.

Под действием силы тяжести камень падает вниз. Силу сопротивления воздуха учитывать не будем. Работа, совершаемая силой тяжести при перемещении камня из одной точки в другую, равна изменению (увеличению) кинетической энергии камня:

$$A = \Delta K. \tag{7.24}$$

В то же время эта работа равна уменьшению потенциальной энергии:

$$A = -\Delta П. \tag{7.25}$$

Так как в (7.24) и (7.25) левые части одинаковы, то равны между собой и правые части:

$$\Delta K = -\Delta П. \tag{7.26}$$

Равенство (7.26) означает, что увеличение кинетической энергии системы равно убыли ее потенциальной энергии (или наоборот). Отсюда вытекает, что

$$\Delta K + \Delta П = 0, \tag{7.27}$$

или

$$\Delta (K + П) = 0.$$

Изменение суммы кинетической и потенциальной энергии равно нулю.

Величину E, равную сумме кинетической и потенциальной энергии системы, называют механической энергией системы:

$$E = K + П. \tag{7.28}$$

Так как изменение полной энергии согласно (7.29) равно нулю, то энергия остается постоянной:

$$\boxed{E = K + П = \text{const.}} \tag{7.29}$$

Таким образом, **в замкнутой системе, в которой действуют консервативные силы, механическая энергия сохраняется.** В этом состоит *закон сохранения энергии.* Энергия не создается и не уничтожается, а только превращается из одной формы в другую: из кинетической в потенциальную или наоборот.

Учитывая, что в рассматриваемом конкретном случае $П = mgh$ и $K = \frac{mv^2}{2}$, можно закон сохранения энергии записать так:

$$\frac{mv^2}{2} + mgh = \text{const}, \tag{7.30}$$

или

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2.$$

Это уравнение позволяет очень просто найти скорость камня v_2 на любой высоте h_2 над землей, если известна начальная скорость v_1 камня на исходной высоте h_1.

Закон сохранения энергии (7.30) обобщается на случай любого числа тел и любых консервативных сил взаимодействия между ними. Под K нужно понимать сумму кинетических энергий всех тел, а под $П$ — полную потенциальную энергию системы.

Для системы, состоящей из тела массой m и пружины (см. рис. 138), закон сохранения энергии имеет вид:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{k(\Delta l)^2}{2} = \text{const.} \tag{7.31}$$

§ 77. Изменение энергии системы под действием внешних сил

Пусть рассмотренная нами ранее система из двух тел — Земли и камня — незамкнута: на камень действует внешняя постоянная сила $\vec{F}$. Происхождение этой силы не имеет значения. Это может быть, в частности, сила упругости привязанной к камню веревки. Для простоты будем считать, что камень поднимается вверх (рис. 141). Систему отсчета свяжем с Землей.

Работа внешней силы $\vec{F}$ на пути h выразится так:

$$A = Fh.$$

В то же время для работы силы тяжести $\vec{G}$, являющейся внутренней силой данной системы тел, можно записать:

$$A_{\text{внутр}} = -Gh = -\Delta \Pi.$$

Полная работа всех сил равна сумме этих двух работ:

$$A = A_{\text{внеш}} + A_{\text{внутр}} = A_{\text{внеш}} - \Delta \Pi. \tag{7.32}$$

С другой стороны, суммарная работа всех сил равна изменению кинетической энергии:

$$A = \Delta K.$$

Подставляя это выражение в (7.32), получим:

$$\Delta K = A_{\text{внеш}} - \Delta \Pi,$$

или

$$\Delta (K + \Pi) = \Delta E = A_{\text{внеш}}. \tag{7.33}$$

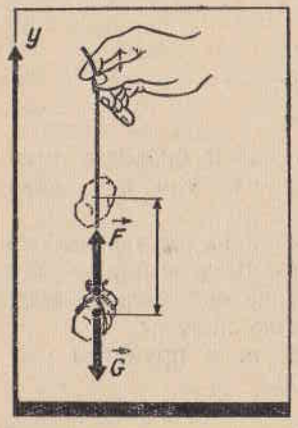


Рис. 141.

Итак, **изменение полной механической энергии системы равно работе внешних сил.**

Полученный вывод имеет общий характер. Можно показать, что он справедлив для систем, состоящих из любого числа тел, взаимодействующих посредством консервативных сил.

Отметим, что при совершении внешними телами положительной работы их энергия уменьшается. **Работа является величиной, характеризующей процесс передачи энергии от одной системы другой.**

Вопросы

1. Что называется полной механической энергией системы?
2. Может ли сохраняться механическая энергия системы, на которую действуют внешние силы?
3. Тело падает с высоты H над поверхностью Земли. Постройте графики изменения потенциальной, кинетической и полной энергии в зависимости от высоты тела над Землей.

§ 78. Столкновение упругих шаров

Применим закон сохранения энергии для нахождения скорости двух шаров после центрального абсолютно упругого удара. **Под абсолютно упругим ударом понимают такой удар, при котором механическая энергия сохраняется**[1]. Удар называют центральным, когда начальные скорости шаров направлены по линии, соединяющей их центры (рис. 142).

Для абсолютно неупругого удара скорости шаров после удара мы определяли на основании закона сохранения импульса (см. § 62). При упругом ударе этого закона недостаточно, так как шары после удара будут иметь различные скорости. Значит, нужно еще одно уравнение, которое и дает закон сохранения энергии.

Обозначим массы шаров через m_1 и m_2, их скорости до удара через $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, а после удара через $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$. Закон сохранения импульса в проекциях на ось OX будет иметь следующий вид:

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 u_{1x} + m_2 u_{2x}. \tag{7.34}$$

Закон сохранения энергии запишется так:

$$\frac{m_1 v_{1x}^2}{2} + \frac{m_2 v_{2x}^2}{2} = \frac{m_1 u_{1x}^2}{2} + \frac{m_2 u_{2x}^2}{2}. \tag{7.35}$$

(Мы здесь учитываем, что $v_1 = |v_{1x}|$, $v_2 = |v_{2x}|$, $u_1 = |u_{1x}|$, $u_2 = |u_{2x}|$.) Нами получена система двух уравнений с двумя неизвестными u_{1x} и u_{2x}. Для решения этой системы ее удобно переписать так:

$$m_1 (u_{1x} - v_{1x}) = m_2 (v_{2x} - u_{2x}), \tag{7.36}$$

$$m_1 \left(u_{1x}^2 - v_{1x}^2\right) = m_2 \left(v_{2x}^2 - u_{2x}^2\right). \tag{7.37}$$

Разделив второе уравнение на первое, получим:

$$u_{1x} + v_{1x} = u_{2x} + v_{2x}. \tag{7.38}$$

---

[1] Для этого необходимо, чтобы силы взаимодействия между телами зависели только от их деформаций, но не от скоростей их движения друг относительно друга.

Рис. 142.

Умножая это уравнение на m_2 и сложив полученный результат с уравнением (7.36), приходим к выражению

$$u_{1x} = \frac{(m_1 - m_2)\,v_{1x} + 2m_2v_{2x}}{m_1 + m_2}. \tag{7.39}$$

Применяя аналогичный прием, получаем выражение для u_{2x}:

$$u_{2x} = \frac{(m_2 - m_1)\,v_{2x} + 2m_1v_{1x}}{m_1 + m_2}. \tag{7.40}$$

Интересно проанализировать эти формулы для двух частных случаев.

1. Если второй шар до удара покоился $v_{2x} = 0$, то

$$u_{1x} = \frac{(m_1 - m_2)\,v_{1x}}{m_1 + m_2}, \quad u_{2x} = \frac{2m_1\,v_{1x}}{m_1 + m_2}. \tag{7.41}$$

При $m_1 > m_2$ первый шар будет продолжать двигаться в том же направлении, что и до удара, но с меньшей скоростью. Если $m_1 < m_2$, то первый шар отскакивает после удара назад. Второй шар в обоих случаях будет двигаться в ту же сторону, куда двигался до удара первый шар.

2. Для шаров одинаковой массы

$$u_{1x} = \frac{2mv_{2x}}{2m} = v_{2x}, \quad u_{2x} = \frac{2mv_{1x}}{2m} = v_{1x},$$

т. е. шары при соударении обмениваются скоростями. Проверьте на опыте справедливость этих выводов.

§ 79. Сохранение энергии при наличии сил трения

Если в замкнутой системе силы трения совершают работу при движении тел друг относительно друга, то механическая энергия не сохраняется. В этом легко убедиться, толкнув книгу, лежащую на горизонтальном столе. Из-за действия силы трения книга почти сразу остановится. Сообщенная ей кинетическая энергия исчезает. Сила трения совершает отрицательную работу, но потенциальная энергия тела при этом не увеличивается. Поэтому полная механическая энергия убывает. Кинетическая энергия не превращается в потенциальную.

Причина особой роли трения состоит в том, что работа этих сил не связана с изменением (уменьшением или увеличением) потенциальной энергии системы. Силы трения зависят не от расстояний между телами, а от их скоростей. Поэтому работа сил трения не связана определенным образом с изменением расположения тел.

Отличие сил трения от консервативных сил становится особенно наглядным, если рассмотреть работу тех и других на замкнутом пути. Работа силы тяжести, например, на замкнутом пути всегда

равна нулю. Она положительная при падении тела с высоты h и отрицательна при подъеме на ту же высоту. Работа же силы сопротивления воздуха отрицательна как при подъеме тела вверх, так и при движении его вниз. Поэтому на замкнутом пути она обязательно меньше нуля.

Вспомните, что, когда передвигают стол из одного угла комнаты в другой, а затем снова возвращают его на место, совершают положительную работу, отличную от нуля. Эта работа как раз равна отрицательной работе сил трения, действующих на ножки стола со стороны пола на замкнутом пути. Соответственно работа сил трения зависит от формы траектории и не определяется лишь начальным и конечным положениями тела. Силы трения неконсервативны.

Отрицательная работа сил трения уменьшает кинетическую энергию тел, как и отрицательная работа сил, зависящих от расстояний между телами, но она не приводит к увеличению потенциальной энергии. В результате полная механическая энергия системы убывает.

Поэтому если в системе действуют силы трения, то работа этих сил должна учитываться точно так же, как и работа внешних сил, несмотря на то что силы трения могут быть внутренними. Для замкнутой системы, в которой между телами действуют силы трения, изменение энергии равно работе сил трения:

$$\Delta(K + \Pi) = A_{\text{тр}}. \tag{7.42}$$

Поскольку работа сил трения, тормозящих движение тел, отрицательна ($A_{\text{тр}} < 0$), то механическая энергия в замкнутой системе убывает.

В любой системе, состоящей из больших макроскопических тел, действуют силы трения. Следовательно, в замкнутой системе механическая энергия обязательно убывает. Именно поэтому постепенно затухают колебания маятника, останавливается машина с выключенным двигателем и т. д.

Но убывание механической энергии не означает, что эта энергия исчезает бесследно. В действительности происходит переход энергии из механической формы в другие. Обычно при работе сил трения происходит нагревание тел, или, как говорят, увеличение их внутренней энергии. Нагревание при действии сил трения легко обнаружить. Для этого, например, достаточно энергично потереть монету о стол. С повышением температуры, как известно из курса физики VII класса, повышаются кинетическая энергия теплового движения молекул. Следовательно, при действии сил трения кинетическая энергия тела, движущегося как целое, превращается в кинетическую энергию хаотически движущихся молекул.

В двигателях внутреннего сгорания, паровых турбинах, электродвигателях и т. д. механическая энергия появляется за счет убыли энергии других форм: химической, электрической и т. д.

§ 80. Краткий итог главы «Закон сохранения энергии»

Действие сил на движущиеся тела характеризуется в механике работой. Постоянная сила $\vec{F}$ при прямолинейном перемещении $\Delta\vec{r}$ тела совершает работу:

$$A = F \cdot |\Delta\vec{r}| \cdot \cos\alpha,$$

где α — угол между векторами $\vec{F}$ и $\Delta\vec{r}$.

Величину, равную отношению работы к промежутку времени, за который эта работа совершена, называют м о щ н о с т ь ю:

$$N = \frac{A}{\Delta t}.$$

Изменение кинетической энергии равно суммарной работе сил, действующих на тело:

$$A = \Delta K = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Если внутренние силы системы консервативны, то работа этих сил равна изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком:

$$A = -\Delta \Pi.$$

Потенциальная энергия системы, состоящей из Земли и тела, поднятого над Землей на небольшую высоту, определяется формулой

$$\Pi = mgh,$$

где h — высота тела над поверхностью Земли.

Потенциальная энергия упругодеформированного тела равна:

$$\Pi = \frac{k \cdot (\Delta l)^2}{2},$$

где k — коэффициент упругости, а Δl — величина деформации.

Потенциальная энергия определяется с точностью до произвольной постоянной, зависящей от выбора нулевого уровня энергии.

В замкнутой системе, в которой действуют консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется:

$$E = K + \Pi = \text{const}.$$

Механическая энергия является функцией состояния системы: кинетическая энергия зависит от скоростей тел, а потенциальная — от их взаимного расположения.

Если на тела системы действуют внешние силы, то механическая энергия системы изменяется:

$$\Delta(K + \Pi) = A_{\text{внеш}},$$

где $A_{\text{внеш}}$ — работа внешних сил.

§ 81. Примеры решения задач

З а д а ч а 1. При равноускоренном подъеме груза массой $m = 10$ *кг* на высоту $h = 1$ *м* приложенная к телу сила совершила работу $A = 100$ *дж*. Найдите ускорение, с которым поднимался груз.

Р е ш е н и е. Согласно второму закону Ньютона

$$ma = F - mg.$$

Отсюда выражаем силу тяги F:

$$F = m(a + g).$$

Работа этой силы на пути h равна:

$$A = Fh = mh(a + g).$$

Следовательно,

$$a = \frac{A}{mh} - g \approx 0{,}2 \ \text{м/сек}^2.$$

З а д а ч а 2. Подъемный кран поднимает груз массой $m = 5$ *т* на высоту $h = 15$ *м*. За какое время t будет поднят этот груз, если мощность двигателя крана $N = 10$ *квт*, а коэффициент полезного действия крана[1] $\eta = 0{,}8$?

Р е ш е н и е. Полезной работой является работа по подъему груза вверх:

$$A = Gh.$$

За время t двигатель совершит работу:

$$A_1 = Nt.$$

Коэффициент полезного действия равен:

$$\eta = \frac{A}{A_1} = \frac{Gh}{Nt}.$$

Отсюда

$$t = \frac{Gh}{\eta N} = \frac{mgh}{\eta N} = 94 \ \text{сек}.$$

З а д а ч а 3. Какой путь до остановки пройдет тело, движущееся по горизонтальной плоскости, если в начальный момент его скорость $v_0 = 20$ *м/сек*? Коэффициент трения $\mu = 0{,}1$.

Р е ш е н и е. В начальный момент тело обладало кинетической энергией $K_0 = \frac{mv_0^2}{2}$. Эта кинетическая энергия будет уменьшаться

[1] Коэффициентом полезного действия любого механизма (об этом говорилось в курсе физики VI класса) называют отношение полезной работы A (или полезной мощности N) к полной работе механизма A_1 (или полной мощности N_1):

$$\eta = \frac{A}{A_1} = \frac{N}{N_1}.$$

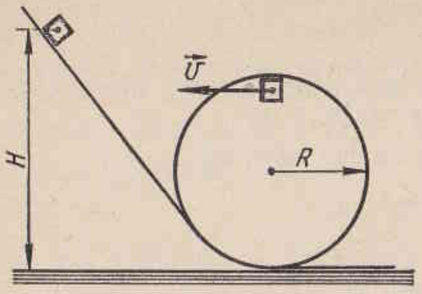


Рис. 143.

до нуля вследствие совершения силой трения отрицательной работы. Работа силы трения равна изменению энергии тела: $K - K_0 = A_{тр}$. Так как $K = 0$ и $A_{тр} = -F_{тр}s$, то

$$\frac{mv_0^2}{2} = F_{тр}s = \mu mgs.$$

Отсюда

$$s = \frac{v_0^2}{2\mu g} \approx 200 \text{ м}.$$

Задача 4. Небольшое тело соскальзывает без трения по наклонной плоскости, переходящей в «мертвую петлю» радиуса R (рис. 143). С какой наименьшей высоты H должно соскальзывать тело, чтобы оно не отрывалось от поверхности петли в ее верхней точке?

Решение. Тело не оторвется от поверхности петли в верхней точке, если сила реакции $\vec{N}$, действующая на него со стороны поверхности петли, не равна нулю. В предельном случае, когда сила $\vec{N}$ станет равной нулю, тело еще не оторвется, но уже перестанет давить на поверхность петли. В этом случае центростремительной силой будет являться только сила тяжести.

Согласно второму закону Ньютона

$$\frac{mv^2}{R} = mg.$$

С другой стороны, по закону сохранения энергии

$$mgH = \frac{mv^2}{2} + mg2R.$$

Исключая из полученных двух уравнений v^2, получим:

$$H = \frac{5}{2} R.$$

Задача 5. Пуля массой $m = 20$ г попадает в деревянный брусок массой $M = 5$ кг, подвешенный на тросе длиной $l = 4$ м (так называемый баллистический маятник), и застревает в нем (рис. 144, *а*, *б*). Определите скорость пути v_0, если трос отклонился от вертикали на угол $\varphi = 14°$.

Решение. Скорость бруска сразу после попадания в него пули найдем из закона сохранения импульса (рис. 144, *а* и *б*):

$$mv_0 = (m + M) v.$$

(Механическая энергия при этом процессе не сохраняется, так

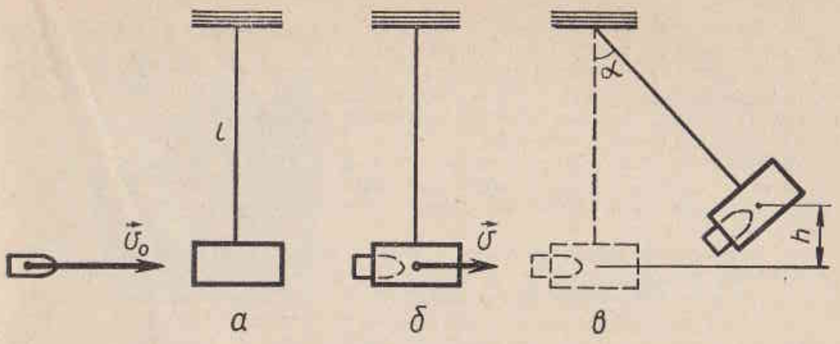


Рис. 144.

как на пулю действует неконсервативная сила сопротивления и часть механической энергии расходуется на нагревание).

Скорость бруска с пулей равна:

$$v = \frac{mv_0}{M + m}. \qquad (7.43)$$

Согласно закону сохранения энергии при отклонении баллистического маятника

$$\frac{(M + m) v^2}{2} = (M + m) gh,$$

где h — высота, на которую поднимается брусок. Отсюда

$$v = \sqrt{2gh}. \qquad (7.44)$$

Высоту h можно найти, зная длину троса и угол α (рис. 144, *в*):

$$h = l - l\cos\alpha \approx 0{,}08 \text{ м}.$$

Из выражений (7.43) и (7.44) получаем:

$$v_0 = \frac{m + M}{m}\sqrt{2gh} \approx 300 \text{ м/сек}.$$

Упражнение 9

1. На десятый этаж подняли литр керосина и сожгли его. Куда делась потенциальная энергия керосина?
2. Какая работа будет совершена, если сила, равная 3 *н*, поднимет груз весом 1 *н* на высоту 5 *м*?
3. Груз массой 97 *кг* перемещают с помощью веревки с постоянной скоростью по горизонтальной поверхности. Угол между веревкой и этой поверхностью равен 30°. Коэффициент трения равен 0,2. Найдите работу силы натяжения веревки на пути 100 *м*.

4. Какая работа совершается при сжатии пружины на 10 *см*, если для сжатия ее на 1 *см* требуется сила 1000 *н*?

5. С какой скоростью двигался вагон массой 20 000 *кг* по горизонтальному пути, если при ударе о преграду каждая пружина буфера сжалась на 10 *см*? Известно, что для сжатия пружины буфера на 1 *см* требуется сила 10 000 *н*. Вагон имеет два буфера

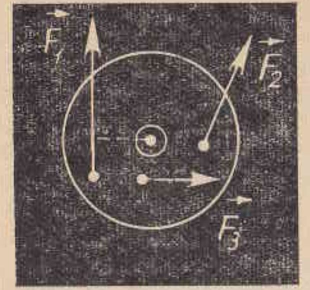
6. Свинцовый шар массой $m_1 = 500$ *г*, движущийся со скоростью $v_1 = 10$ *м/сек*, сталкивается с неподвижным шаром из воска массой $m_2 = 200$ *г*, после чего оба шара движутся вместе. Определите кинетическую энергию шаров после удара.

7. Автомобиль, имеющий массу 1 *т*, трогается с места и, двигаясь равноусмотренно, проходит путь 20 *м* за время 2 *сек*. Какую мощность при этом развивает двигатель этого автомобиля?

8. Какое тело обладает большей энергией: брусок массой 1 *кг*, поднятый на высоту 1 *м*, или камень массой 0,5 *кг*, движущийся со скоростью 2,5 *м/сек*?

9. Тело брошено вертикально вверх со скоростью 4,9 *м/сек*. На какой высоте его потенциальная и кинетическая энергии станут одинаковыми?

10. Груз массой m вращается на нити в вертикальной плоскости по окружности. На сколько натяжение нити в нижней точке окружности больше, чем в верхней?



УЧЕНИЕ О РАВНОВЕСИИ

Глава VIII

СТАТИКА

§ 82. Равновесие твердых тел

Равнодействующая приложенных к телу сил может отличаться от нуля или быть равной нулю. В зависимости от этого скорость тела изменяется или же остается постоянной. В последнем случае тела будут находиться в покое или же двигаться равномерно и прямолинейно. Здания, мосты, балки вместе с опорами, части машин, книга на столе и многие другие тела покоятся, несмотря на то, что к ним со стороны других тел приложены силы.

Если тело покоится, то говорят, что это тело находится в равновесии. Задача изучения условий равновесия тел имеет большое практическое значение для машиностроения, строительного дела, приборостроения и других областей техники.

Но выяснить условия равновесия реальных тел не просто, так как все реальные тела под влиянием приложенных к ним сил изменяют свою форму и размеры, или, как говорят, деформируются, а деформации существенно влияют на равновесие тел. Величина деформации зависит от различных условий: материала тела, его формы, модулей и направлений приложенных к телу сил. Деформации могут быть значительными, и тогда их легко заметить, например растяжение резинового шнура, изгиб тонкой металлической линейки и т. д. Малые деформации можно обнаружить при помощи специальных приборов.

Во многих случаях, которые имеют место на практике, деформации тел при их равновесии незначительны. В этих случаях деформациями можно пренебречь и вести расчет так, как если бы тела были недеформируемыми, т. е. *абсолютно твердыми.*

Изучив условия равновесия абсолютно твердого тела, мы тем самым найдем условия равновесия реальных тел в тех случаях, когда их деформации можно не учитывать.

Раздел механики, в котором изучается равновесие абсолютно твердых тел, называется статикой.

В статике учитываются размеры и форма тел и все рассматриваемые тела считаются абсолютно твердыми. Статика является частным случаем динамики, так как покой тел, когда на них действуют силы, есть частный случай движения.

Деформации, происходящие в теле, учитываются в прикладных разделах механики (теория упругости, сопротивление материалов). В дальнейшем для краткости абсолютно твердое тело мы будем называть твердым телом или просто телом.

§ 83. Условие равновесия тел. Силы

Рассмотрим условия равновесия твердого тела. Вначале выясним с помощью законов Ньютона, какому условию должны удовлетворять внешние силы, приложенные к твердому телу, чтобы оно находилось в равновесии. Разобьем мысленно все тело на большое число малых элементов, каждый из которых можно рассматривать как материальную точку. Некоторые элементы изображены на рисунке 145.

Как обычно, назовем силы, действующие на тело со стороны других тел, внешними, а силы, с которыми взаимодействуют элементы, внутренними.

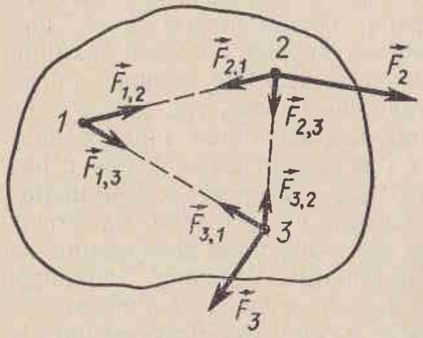


Рис. 145.

Так, сила $\vec{F}_{1,2}$ — это сила, действующая на элемент *1* со стороны элемента *2*. Сила же $\vec{F}_{2,1}$ действует на элемент *2* со стороны элемента *1*. Это внутренние силы, к которым также относятся силы $\vec{F}_{1,3}$ и $\vec{F}_{3,1}$, $\vec{F}_{2,3}$ и $\vec{F}_{3,2}$. На каждый элемент в общем случае могут действовать несколько внешних сил. Под $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, ... будем понимать равнодействующие всех внешних сил, приложенных соответственно к элементам *1*, *2*, *3*, ... Точно так же через $\vec{R}_1$, $\vec{R}_2$, $\vec{R}_3$, ... обозначим геометрическую сумму внутренних сил, приложенных к элементам *1*, *2*, *3*, ... соответственно.

Так как каждый элемент находится в покое, то согласно второму закону Ньютона геометрическая сумма сил, действующих на любой элемент, равна нулю. Следовательно, можно записать:

$$\vec{F}_1 + \vec{R}_1 = 0,$$

$$\vec{F}_2 + \vec{R}_2 = 0,$$

$$\vec{F}_3 + \vec{R}_3 = 0,$$

$$\cdots\cdots$$

Сложив эти уравнения, получим:

$$(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots) + (\vec{R}_1 + \vec{R}_2 + \vec{R}_3 + \cdots) = 0.$$

В первых скобках записана векторная сумма всех внешних сил, приложенных к твердому телу, а во вторых скобках — векторная сумма внутренних сил, действующих на частицы тела. Но как известно, векторная сумма всех внутренних сил системы равна нулю, так как согласно третьему закону Ньютона любой внутренней силе соответствует сила, равная ей по модулю и противоположная по направлению. Поэтому в левой части равенства останется только геометрическая сумма внешних сил, приложенных к телу:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots = 0. \qquad (8.1)$$

Итак, **если твердое тело находится в равновесии, то геометрическая сумма внешних сил, приложенных к нему, равна нулю.**

Поскольку к одним элементам тела может быть приложено несколько внешних сил, а на другие элементы внешние силы могут и не действовать, то число всех внешних сил не обязательно должно быть равно числу всех элементов (см. рис. 145).

Если сумма сил равна нулю, то равна нулю и сумма проекций этих сил на оси координат. В частности, для проекций сил на ось OX можно записать:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \cdots = 0. \qquad (8.2)$$

Такие же уравнения можно записать и для проекций сил на оси OY и OZ.

§ 84. Момент силы. Условия равновесия тел

Равенство нулю суммы внешних сил, действующих на твердое тело, необходимо для его равновесия, но недостаточно. В этом легко убедиться. Приложите к доске в различных точках две равные

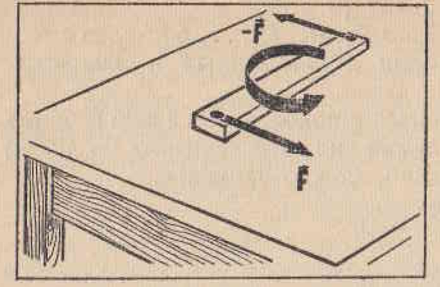


Рис. 146.

по модулю и противоположно направленные силы так, как показано на рисунке 146. Сумма этих сил равна нулю:

$$\vec{F}+\left(-\vec{F}\right)=0.$$

Но доска будет поворачиваться. Точно так же две одинаковые по модулю и противоположно направленные силы поворачивают руль велосипеда или автомобиля (рис. 147).

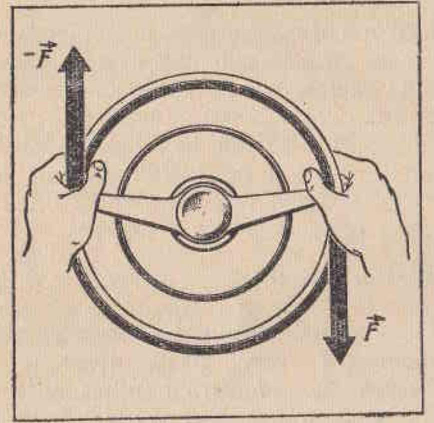


Рис. 147.

Выясним, какое же еще условие, кроме равенства нулю суммы сил, должно выполняться, чтобы тело находилось в равновесии. Для этого можно воспользоваться законом сохранения энергии.

Найдем, например, условие равновесия невесомого стержня, шарнирно закрепленного на оси в точке O (рис. 148). Это простое устройство, как вам известно из курса физики VI класса, представляет собой рычаг. Пусть к рычагу приложены силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. В частности, это могут быть силы натяжения нитей, к концам которых прикреплены грузы. Кроме сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, на рычаг действует направленная вертикально вверх сила реакции $\vec{N}$ со стороны оси рычага. При равновесии рычага сумма всех трех сил равна нулю:

$$\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{N}=0.$$

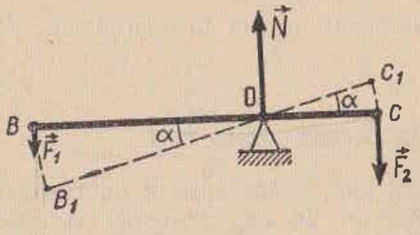


Рис. 148.

Вычислим работы, которые совершают внешние силы при повороте рычага на очень малый угол α. Точки приложения сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ пройдут пути $s_1 = |BB_1|$ и $s_2 = |CC_1|$ (отрезки BB_1 и CC_1 при малых

углах α можно считать прямолинейными). Работа $A_1 = F_1 s_1$ силы $\vec{F}_1$ положительна, потому что точка B перемещается по направлению действия силы, а работа $A_2 = -F_2 s_2$ силы $\vec{F}_2$ отрицательна, поскольку точка C движется в сторону, противоположную направлению силы $\vec{F}_2$. Сила $\vec{N}$ работы не совершает, так как точка ее приложения не перемещается.

Пройденные пути s_1 и s_2 можно выразить через угол поворота рычага α, измеренный в радианах:

$$S_1 = \alpha \cdot |BO| \text{ и } s_2 = \alpha \cdot |CO|.$$

Учитывая это, перепишем выражения для работы так:

$$A_1 = F_1 \cdot |BO| \cdot \alpha,$$
$$A_2 = -F_2 \cdot |CO| \cdot \alpha. \quad (8.3)$$

Радиусы BO и CO дуг окружностей, описываемых точками приложения сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, являются перпендикулярами, опущенными из оси вращения на линии действия этих сил.

Длину перпендикуляра, опущенного из оси вращения на линию действия силы, называют плечом силы.

Будем обозначать плечо силы буквой d. Тогда $|BO| = d_1$ есть плечо силы $\vec{F}_1$, а $|CO| = d_2$ — плечо силы $\vec{F}_2$. При этом выражения (8.3) примут вид:

$$A_1 = F_1 d_1 \alpha,$$
$$A_2 = -F_2 d_2 \alpha. \quad (8.4)$$

Из формул (8.4) видно, что при заданном угле поворота тела работа каждой приложенной к этому телу силы зависит от взятого со знаком плюс или минус произведения модуля силы на плечо. Это произведение будем называть *моментом силы*.

Моментом силы относительно оси вращения тела называется взятое со знаком плюс или минус произведение модуля силы на ее плечо.

Момент силы $\vec{F}$ обозначим буквой M:

$$\boxed{M = \pm Fd.} \quad (8.5)$$

Будем считать момент силы положительным, если в отсутствие других сил она может вызвать поворот тела против часовой стрелки, и отрицательным, если сила при тех же условиях может повернуть тело по часовой стрелке. Тогда момент силы $\vec{F}_1$ равен:

$$M_1 = F_1 d_1,$$

а момент силы $\vec{F}_2$ равен:

$$M_2 = -F_2 d_2.$$

Следовательно, выражения для работы (8.4) запишутся в виде:

$$A_1 = M_1 \alpha,$$

$$A_2 = M_2 \alpha,$$

а полная работа внешних сил выразится формулой

$$A = A_1 + A_2 = (M_1 + M_2)\,\alpha. \quad (8.6)$$

Как известно из главы 7, работа внешних сил, действующих на тело, равна изменению его кинетической энергии.

Когда тело приходит в движение, то его кинетическая энергия увеличивается. Для увеличения кинетической энергии внешние силы должны совершить работу. Согласно уравнению (8.6) работа может быть совершена лишь в том случае, когда суммарный момент внешних сил отличен от нуля. Если же суммарный момент внешних сил, действующих на тело, равен нулю, то работа не совершается, кинетическая энергия не увеличивается (остается равной нулю) и тело не приходит в движение. Следовательно, равенство

$$M_1 + M_2 = 0 \quad (8.7)$$

и есть еще одно условие, необходимое для равновесия твердого тела.

При равновесии твердого тела сумма моментов всех сил, действующих на него относительно любой оси[1], равна нулю.

В общем случае произвольного числа сил условия равновесия твердого тела запишутся в виде:

$$\boxed{\begin{aligned} &\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots = 0, \\ &M_1 + M_2 + M_3 + \cdots = 0. \end{aligned}} \quad (8.8)$$

Вопросы

1. Что называется плечом силы?
2. Что называется моментом силы?
3. Какие условия необходимы и достаточны для равновесия тела?
4. Можно ли с помощью пружинных весов взвесить грузы, вес которых значительно превышает пределы шкалы?
5. Начертите рычаг и силы, приложенные к его концам: одну под острым углом к рычагу, а вторую — под тупым. Укажите плечи этих сил относительно оси вращения.

[1] Мы рассмотрели моменты сил относительно реальной оси вращения тела. Но можно доказать, что при равновесии тела сумма моментов сил равна нулю относительно любой оси (геометрической линии).

§ 85. Центр тяжести

Момент силы зависит от ее плеча, а значит, и от точки приложения силы. Когда на тело действуют силы со стороны тросов, пружин и т. п., то положение точек приложения сил очевидно. Но что можно сказать о точке приложения силы тяжести? Особенностью силы тяжести является то, что она действует на тело не в одной какой-то точке, а по всему его объему. Силы тяжести, действующие на отдельные элементы тела, направлены к центру Земли и, следовательно, не будут параллельны. Однако размеры всех сооружений на Земле значительно меньше ее радиуса. Поэтому практически все эти силы можно считать параллельными.

Точка приложения равнодействующей всех параллельных сил тяжести, действующих на отдельные элементы тела, называется центром тяжести.

Найдем вначале центр тяжести в наиболее простом случае, когда тело состоит из двух шаров различных масс, соединенных стержнем, массой которого можно пренебречь по сравнению с массами шаров. Кроме того, длину стержня будем считать значительно превышающей радиусы шаров. Тогда шары можно считать материальными точками (рис. 149, *а*). Итак, на материальные точки A и B, соединенные невесомым стержнем, действуют силы тяжести $\vec{G}_1$ и $\vec{G}_2$, параллельные между собой. Геометрическая сумма этих сил $\vec{G}$ представляет собой результирующую силу тяжести, действующую на рассматриваемое тело в целом:

$$\vec{G} = \vec{G}_1 + \vec{G}_2. \quad (8.9)$$

Она направлена к центру Земли, так же как и силы $\vec{G}_1$ и $\vec{G}_2$, а ее модуль равен сумме модулей слагаемых сил.

Положение центра тяжести, т. е. точки приложения результирующей силы, можно определить, учитывая тот простой факт, что

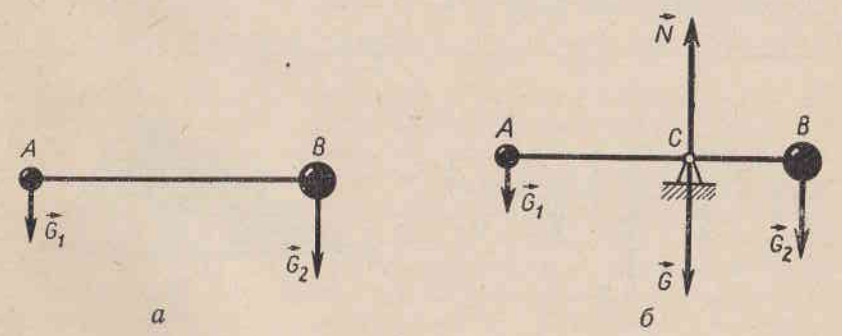


Рис. 149.

тело, закрепленное на оси, проходящей через центр тяжести C, должно находиться в равновесии. Ведь относительно этой оси моменты силы тяжести $\vec{G}$ и силы реакции $\vec{N}$ равны нулю, так как равны нулю плечи этих сил (рис. 149, *б*).

С другой стороны, согласно условию равновесия (8.7) можно записать:

$$G_1 d_1 - G_2 d_2 = 0,$$

где $d_1 = |AC|$ и $d_2 = |CB|$ — плечи сил $\vec{G}_1$ и $\vec{G}_2$.

Отсюда

$$\frac{G_1}{G_2} = \frac{d_2}{d_1}. \qquad (8.10)$$

Равенство (8.10) определяет положение центра тяжести рассматриваемого тела. Равнодействующая параллельных сил тяжести делит расстояние между точками приложения этих сил на отрезки, обратно пропорциональные модулям сил.

Нахождение центров тяжести тел является важной технической задачей, так как от положения центров тяжести зависит устойчивость мостов, плотин, зданий, телевизионных вышек, автомашин, ракет на старте и т. п. Нужно поэтому познакомиться с методами нахождения центров тяжести тел различной формы.

§ 86. Нахождение центра тяжести тел

В технике мы встречаемся с телами самой различной формы. Часто они состоят из стержней и дисков (колесо на оси, штанга спортсмена и т. д.). Многие плоские фигуры состоят из прямоугольных и треугольных пластин. При определении центра тяжести подобных тел проще всего вначале определить положение центров тяжести отдельных его частей простой формы. У тел простой формы можно сразу указать положение центра тяжести, руководствуясь соображениями симметрии.

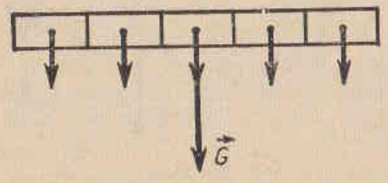


Рис. 150.

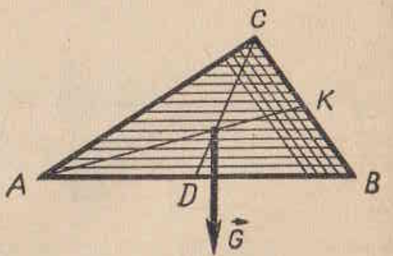


Рис. 151.

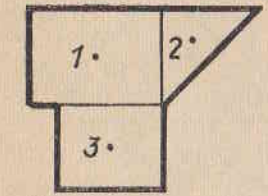


Рис. 152.

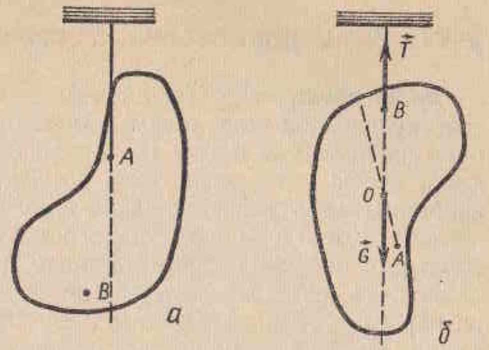


Рис. 153.

Так, центр тяжести однородного стержня, очевидно, располагается в середине стержня (рис. 150). У всех однородных фигур, имеющих центр симметрии, центр тяжести совпадает с этим центром: у круга — с его геометрическим центром, у параллелограмма — с точкой пересечения диагоналей и т. д. При этом центр тяжести может находиться и вне тела (например, у кольца или пустотелой сферы).

Несколько сложнее определить положение центра тяжести однородной треугольной пластины. Эту задачу можно решить так. Рассечем мысленно треугольник на узкие полоски, параллельные стороне AB (рис. 151). Центр тяжести каждой полоски находится в ее середине. Следовательно, центр тяжести треугольника находится на медиане CD. Рассекая второй раз эту площадь на полоски, параллельные BC, приходим к выводу, что центр тяжести находится на медиане AK. Так как центр тяжести треугольника принадлежит одновременно обеим медианам, то он расположен в точке их пересечения.

Определив положения центров тяжести составных частей тела сложной формы, можно найти, где расположен центр тяжести всего тела. Для этого надо заменить тело системой материальных точек, каждая из которых помещается в центре тяжести соответствующей части тела и имеет массу этой части (рис. 152).

Если плоские фигуры несимметричны или неоднородны, то проще всего центр тяжести определять экспериментально. Подвесим кусок картона или фанеры на нити (рис. 153, *а*). В положении равновесия центр тяжести должен лежат на продолжении нити, иначе сила тяжести имела бы момент относительно оси, проходящей через точку подвеса, и этот момент вызвал бы поворот тела. Подвесив тело в другой точке (рис. 153, *б*) и проведя вертикаль через точку подвеса, получим еще одну линию, на которой должен лежать центр тяжести. Следовательно, он находится на пересечении полученных двух прямых AO и BO.

§ 87. Виды равновесия. Устойчивость равновесия тел

Виды равновесия. Тело находится в равновесии, если сумма сил, действующих на тело, и сумма моментов этих сил равны нулю. Однако на практике важен не только сам факт равновесия. Необходимо, чтобы равновесие было *устойчивым*, т. е. чтобы небольшие дополнительные воздействия на тело не смогли его вывести из равновесия. Когда равновесие какого-либо сооружения может быть необратимо нарушено под влиянием небольших воздействий, оно называется *неустойчивым*; в этом случае сооружение опасно (если размеры его велики). Опасны также в горах неустойчиво лежащие камни, опасен снег на крутых склонах. Неосторожный шаг или порыв ветра могут вызвать камнепад. Снежный склон, подрезанный лыжником, может лавиной обрушиться вниз.

Выясним на простых примерах условия устойчивого равновесия тел. Пусть шарик покоится на дне вогнутой чаши (рис. 154). Если сместить его из положения равновесия и отпустить, то он снова возвращается в первоначальное положение. Объясняется это тем, что в отклоненном положении сила тяжести и сила реакции опоры не уравновешиваются. Их равнодействующая $\vec{F}$ возвращает шарик в первоначальное положение. Значит, равновесие шарика является *устойчивым*.

Если же шарик покоится на выпуклой поверхности (рис. 155), то достаточно его слегка подтолкнуть, чтобы он покатился вниз. В этом случае равнодействующая $\vec{F}$ направлена от положения равновесия и еще дальше уводит его от первоначального положения. Равновесие шарика *неустойчиво*.

Если, наконец, смещать шарик на гладкой горизонтальной поверхности, то он остается в равновесии (рис. 156). Такое равновесие называется *безразличным*. Оно сохраняется при всех смещениях и поворотах тела.

Принцип минимума потенциальной энергии. Обратим внимание на то, что в положении устойчивого равновесия центр тяжести тела занимает самое низкое положение из всех возможных. Значит, и потенциальная энергия тела в положении равновесия минимальна. При смещении тела от положения неустойчивого равновесия центр тяжести его начинает опускаться. Значит, начинает уменьшаться и потенциальная энергия тела. В безразличном равновесии центр тяжести остается на одном горизонтальном уровне при всех перемещениях тела. Не изменяется и его потенциальная энергия.

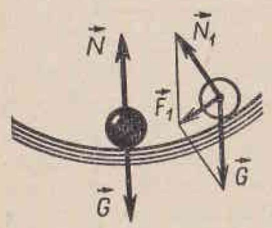


Рис. 154.

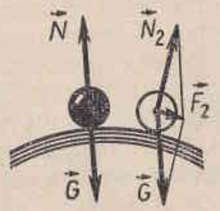


Рис. 155.

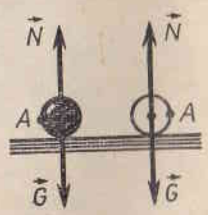


Рис. 156.

Отсюда можно сделать следующий вывод: **устойчиво то положение тела, в котором потенциальная энергия тела имеет наименьшее значение из всех возможных.**

Это *принцип минимума потенциальной энергии*, являющийся одним из общих принципов устойчивости различных систем.

Устойчивость равновесия тел на опоре. На практике очень важно знать, насколько устойчиво равновесие тел, опирающихся на горизонтальную или наклонную поверхность. Устойчивым должен быть башенный кран, используемый на строительстве многоэтажного дома. Нужно быть уверенным, что автомобиль не опрокинется на склоне холма (рис. 157) и т. д.

Прежде всего выясним, в каком случае тело, опирающееся на поверхность, не упадет. Поставим на доску небольшую деревянную этажерку, к центру тяжести которой прикреплен отвес (рис. 158). Начнем постепенно поднимать край доски. Пока линия отвеса пересекает площадь опоры, равновесие сохраняется. Но как только вертикаль, проходящая через центр

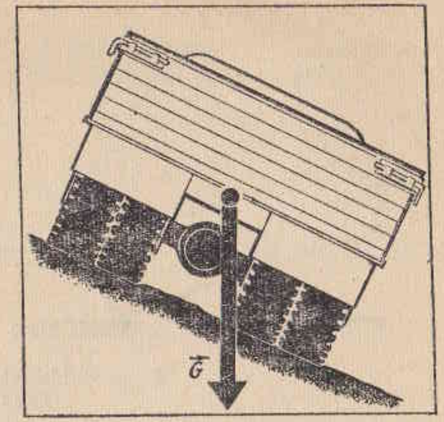


Рис. 157.

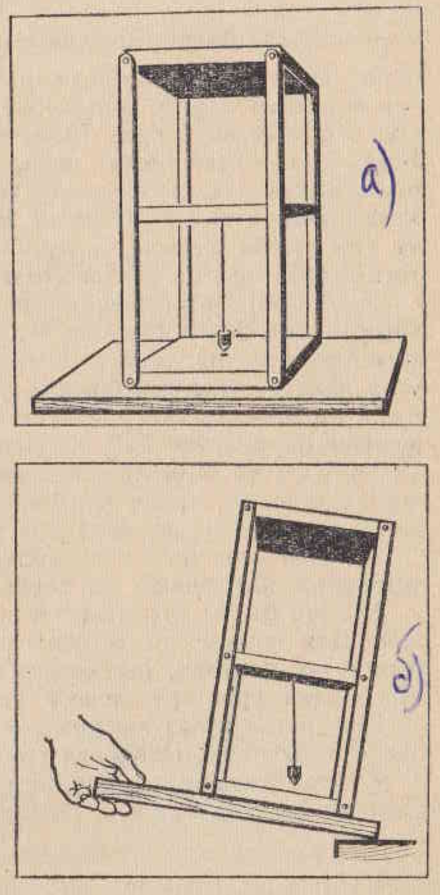


Рис. 158.

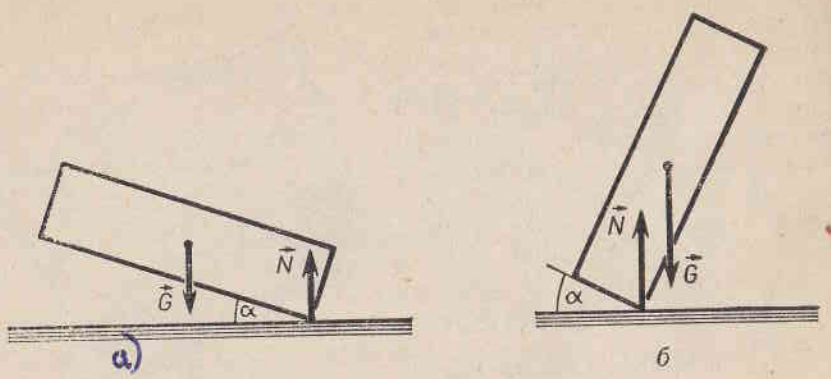


Рис. 159.

тяжести, перестанет пересекать площадь опоры, этажерка опрокинется. Дело в том, что теперь момент силы тяжести $\vec{G}$ относительно оси вращения начнет поворачивать этажерку по часовой стрелке. (До этого момента сила тяжести прижимала этажерку к опоре.) Итак, для равновесия тела, стоящего на опоре, необходимо, чтобы вертикаль, проходящая через центр тяжести тела, пересекала площадь опоры[1]. Поэтому, в частности, нужно строго следить за тем, чтобы рельсы башенного крана лежали горизонтально. Даже небольшой их наклон создает угрозу падения крана.

Критерием устойчивости тела, стоящего на горизонтальной поверхности, может служить величина угла наклона тела, при котором оно еще не падает. Нетрудно сообразить, что допустимый угол наклона тела тем больше, чем больше площадь опоры и чем ниже расположен центр тяжести тела. Ясно, что призма, изображенная на рисунке 159, *а*, устойчивее, чем призма на рисунке 159, *б*. За счет большей площади опоры и низкого расположения центра тяжести первая призма возвращается в положение равновесия, а вторая — нет, хотя угол наклона α одинаков.

По этим причинам равновесие карандаша, лежащего на боку, устойчиво, а стоящего на торце — неустойчиво.

Все эти факты учитываются конструкторами машин и сооружений. Для повышения устойчивости крана его нагружают внизу бетонными плитами, расстояние между колесами автомобиля или гусеницами трактора делают по возможности большим и т. д.

При малых углах наклона равновесие тела, стоящего на опоре, будет устойчивым. Наклоняя тело, мы поднимаем его центр тяжести и, следовательно, увеличиваем потенциальную энергию. По мере увеличения угла наклона потенциальная энергия достигает мак-

[1] Этот вывод справедлив, разумеется, и для горизонтальной опоры.

симума и равновесие становится неустойчивым. Дальнейшее увеличение наклона вызовет уменьшение потенциальной энергии и падение тела.

Вопросы

1. Что называют центром тяжести тела?
2. Как зависит равновесие системы от значения ее потенциальной энергии?

§ 88. Краткий итог главы «Статика»

В статике рассматриваются условия равновесия абсолютно твердых тел, т. е. тел, деформациями которых можно пренебречь.

Тело находится в равновесии, если сумма действующих на него сил равна нулю:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots = 0$$

и сумма моментов сил равна нулю:

$$M_1 + M_2 + M_3 + \cdots = 0.$$

Моментом силы называют взятое со знаком плюс или минус произведение модуля силы на плечо, т. е. на перпендикуляр, опущенный из оси, относительно которой определяется момент, на направление действия силы. Модуль момента силы равен:

$$|M| = Fd.$$

Момент силы положителен, если в отсутствие других сил он вызывает поворот тела против часовой стрелки, и отрицателен, если — по часовой стрелке.

Тело находится в устойчивом равновесии, если его потенциальная энергия минимальна.

§ 89. Примеры решения задач

При решении задач на статику надо использовать условия равновесия (8.8), причем от векторного уравнения суммы сил следует перейти к проекциям сил на координатные оси. Иногда, впрочем, удобнее решать задачу, используя геометрическое правило сложения векторов: при равновесии многоугольник сил должен быть замкнутым. В этом случае суммарный вектор отсутствует, так как сумма сил равна нулю.

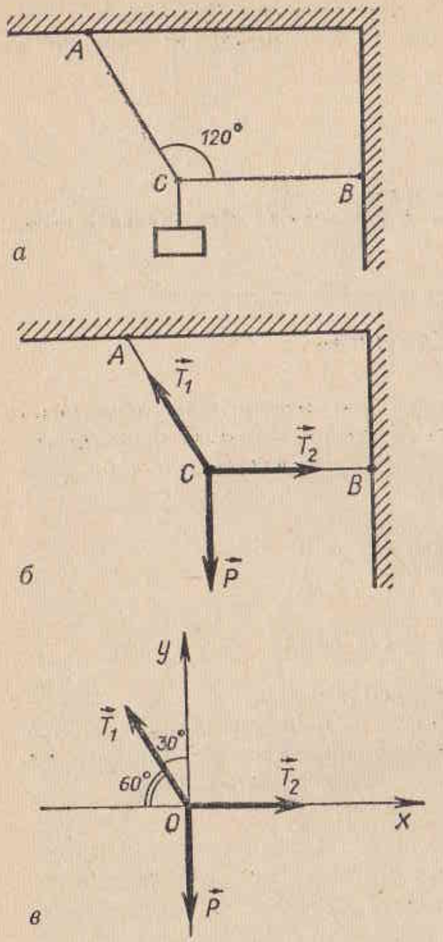


Рис. 160.

При записи правила моментов вначале надо подумать, как выбрать ось, чтобы плечи сил определялись наиболее просто и во втором уравнении (8.8) содержалось меньше слагаемых.

Пользуясь принципом минимума потенциальной энергии, можно ответить на многие вопросы, на которые дать обоснованный ответ другим способом значительно сложнее.

З а д а ч а 1. Груз висит на двух тросах (рис. 160). Угол ACB равен 120°. Сила тяжести, действующая на груз, равна 600 *н*. Определите силы упругости тросов AC и CB.

Р е ш е н и е. Силы упругости тросов обозначим через $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$. Направлены эти силы вдоль тросов от точки C (рис. 160, *б*).

Кроме этих сил, на точку C действует сила $\vec{P}$, равная силе тяжести $\vec{G}$.

Точка C находится в равновесии. Следовательно, сумма сил, действующих на нее, равна нулю:

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{P} = 0.$$

Оси координат выберем так, как показано на рисунке 160, *в*. При равновесии сумма проекций всех сил на оси координат равна нулю:

$$T_{1x} + T_{2x} + P_x = 0,$$
$$T_{1y} + T_{2y} + P_y = 0,$$

или

$$T_2 - T_1 \cos 60° = 0,$$
$$T_1 \cos 30° - P = 0.$$

Отсюда

$$T_1 = \frac{P}{\cos 30°} \approx 690\ н,$$

$$T_2 = T_1 \cos 60° \approx 345\ н.$$

З а д а ч а 2. Стержень длиной $l = 1$ *м* одним концом шарнирно прикреплен к потолку и удерживается в наклонном положении вертикальным шнуром, привязанным к его свободному концу. Найдите силу упругости шнура и силу реакции шарнира, если в нем нет трения. Сила тяжести, действующая на стержень, равна 15 *н*, центр тяжести находится на расстоянии $s = 0,4$ *м* от шарнира.

Р е ш е н и е. На стержень действуют три силы: сила тяжести $\vec{G}$, сила упругости $\vec{T}$ шнура и сила реакции $\vec{N}$ со стороны шарнира (рис. 161, *а*). Модуль и направление силы $\vec{N}$ нам неизвестны, поэтому мы ее не изобразили на рисунке.

Оси координат выберем так, как показано на рисунке.

Поскольку стержень находится в равновесии, то сумма моментов всех сил относительно шарнира равна нулю:

$$T \cdot |OB_1| - G \cdot |OA_1| + N \cdot 0 = 0,$$

или

$$T \cdot |OB| \cdot \cos\alpha - G \cdot |OA| \cdot \cos\alpha = 0.$$

Следовательно,

$$Tl \cos\alpha = Gs \cos\alpha.$$

Отсюда

$$T = \frac{Gs}{l} = 6\ н.$$

Для нахождения силы реакции шарнира воспользуемся другим условием равновесия. Сумма проекций всех сил на каждую из осей координат должна равняться нулю:

$$N_x + G_x + T_x = 0,$$
$$N_y + G_y + T_y = 0,$$

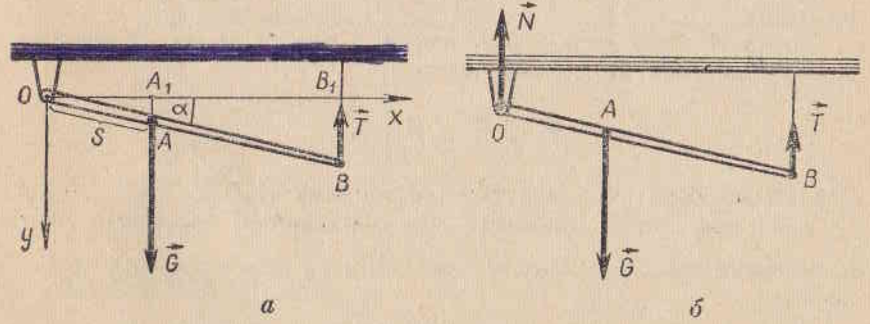


Рис. 161.

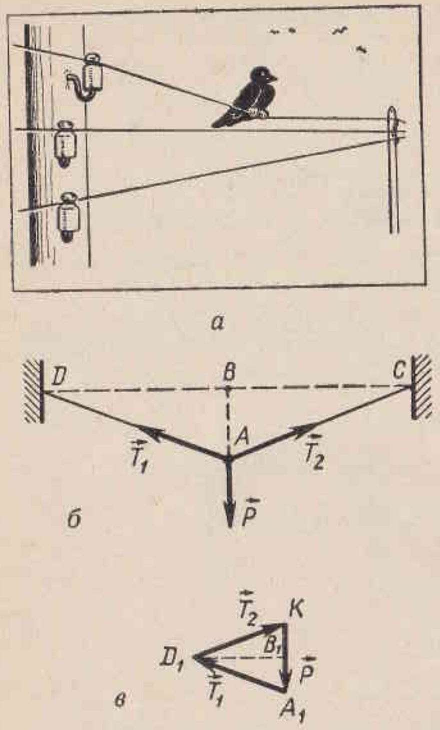


Рис. 162.

или

$$N_x = 0,$$
$$N_y + G - T = 0.$$

Отсюда

$$N_x = 0, \quad N_y = -9\ н.$$

Модуль силы $\vec{N}$ равен:

$$N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2} = 9\ н.$$

По значениям проекций N_x и N_y легко установить, что сила $\vec{N}$ направлена противоположно положительному направлению оси OY (перпендикулярно оси OX) (рис. 161, *б*).

Задача 3. На середине телеграфного провода длиной 6 *м*, привязанного к двум столбам, сидит птица массой 1 *кг*. Средняя точка провода провисает на 0,3 *м* от уровня, на котором находятся крайние точки закрепления провода (рис. 162, *а*). Найдите силу упругости провода. Массой провода пренебречь.

Решение. Провод подвергается деформации растяжения. Силы упругости провода обозначим через $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$. Направлены эти силы вдоль веревки от точки A (рис. 162, *б*). Кроме этих сил, на точку A действует сила $\vec{P}$, равная силе тяжести $\vec{G}$, действующей на птицу.

Точка A находится в равновесии. Следовательно, сумма сил, действующих на нее, равна нулю:

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{P} = 0.$$

Эти силы образуют замкнутый треугольник A_1D_1K (рис. 162, *в*).

Так как масса провода не учитывается, а птица сидит в середине его, то модули сил $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ можно считать одинаковыми:

$$T_1 = T_2 = T.$$

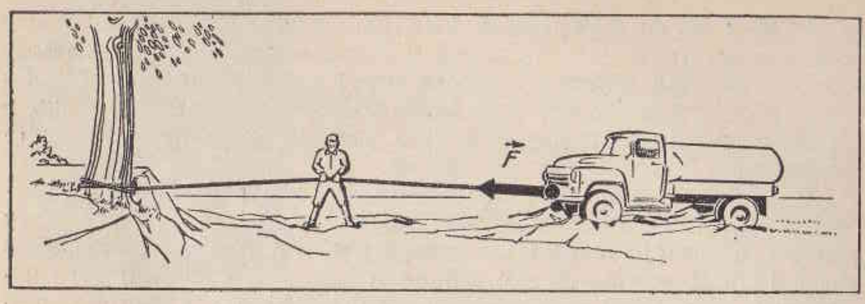


Рис. 163.

Из подобия треугольников ABD и $A_1B_1D_1$ имеем:

$$\frac{|A_1B_1|}{|AB|} = \frac{|A_1D_1|}{|AD|},$$

где $|AB| = 0{,}3$ *м* и $|AD| = 3$ *м*.

Кроме того, $|A_1B_1| = \frac{P}{2}$ и $|A_1D_1| = T$. Следовательно,

$$\frac{P}{2|AB|} = \frac{T}{|AD|}.$$

Отсюда

$$T = \frac{P \cdot |AD|}{2|AB|} = 50\ н.$$

Обратите внимание на то, что птица весом всего 10 *н* вызвала натяжение провода в 50 *н*. Если бы провод провисал не на 0,3 *м*,

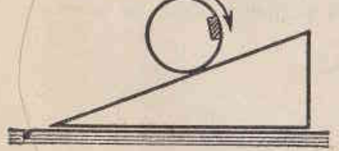


Рис. 164.

Рис. 165.

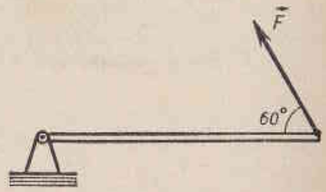


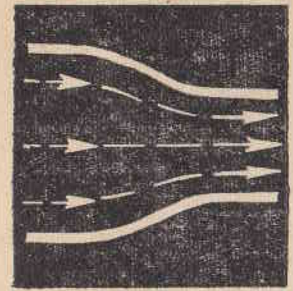
Рис. 166.

а на 0,03 *м*, то сила упругости была бы равна 500 *н*. Этот результат показывает, что птица или намерзший лед могут вызвать огромные натяжения, при которых провода могут даже оборваться. С этой проблемой сталкиваются при эксплуатации проводов телефонной связи и линий электропередач. Для уменьшения натяжения проводов надо увеличивать их провес.

С другой стороны, это явление можно использовать для получения выигрыша в силе. Так, иногда можно небольшими усилиями одного человека вытянуть автомобиль, застрявший в грязи (рис. 163). Для этого от автомобиля к дереву протягивают туго натянутый трос. Если трос длинный, то при небольших прогибах возникающая в нем сила упругости будет в десятки или сотни раз превосходить усилия человека.

Упражнение 10

1. Склейте цилиндрик из прочной бумаги. Прикрепите на его внутренней стороне кусок пластилина. Теперь цилиндр можно заставить катиться вверх по наклонной плоскости. Проделайте опыт и объясните его (рис. 164).
2. К двум гвоздям, вбитым в стену, подвешен согнутый в середине стержень и веревка, длина которой равна общей длине стержня (рис. 165). У какого из тел центр тяжести расположен ниже?
3. К концу рукоятки гаечного ключа длиной 20 *см* приложена сила 50 *н* под углом 60° по отношению к рукоятке ключа. Найдите момент силы.
4. Труба массой 14 *кг* лежит на земле. Какую силу надо приложить к одному из концов трубы, чтобы его слегка приподнять?
5. Доска массой 10 *кг*, расположенная горизонтально, подперта вертикальной стойкой. Место соприкосновения доски со стойкой отстоит от одного конца доски на $^1/_4$ ее длины. Какую силу, перпендикулярную доске, надо приложить к ее короткому концу, чтобы удержать доску горизонтально в равновесии? С какой силой давит доска на опору?
6. Дверца люка массой 20 *кг* удерживается в горизонтальном положении силой, образующей угол 60° с плоскостью дверцы (рис. 166). Найдите модуль этой силы, а также модуль и направление силы реакции шарнира, если в нем нет трения.
7. На столе лежит однородная цепочка длиной l. Часть ее свешивается со стола. Какова максимальная длина l_1 свешивающейся части, если коэффициент трения между цепочкой и столом равен μ?
8. Для подъема тяжелого цилиндрического катка радиуса R на прямоугольную ступеньку пришлось приложить к его оси горизонтальную силу, равную весу катка. Определите максимальную высоту ступеньки.
9. Человек, открывая дверь, прикладывает силу в 4 *н*, которая направлена под углом 60° к плоскости двери в горизонтальной плоскости. Момент силы равен 3,5 *н·м*. Найти расстояние от ручки до оси вращения двери.
10. Однородный цилиндр, высота которого в 2 раза больше диаметра, стоит на горизонтальной доске. Что произойдет раньше: соскальзывание цилиндра или его опрокидывание при постепенном подъеме доски за один конец? Коэффициент трения равен μ.



МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ

Глава IX

ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

§ 90. Основные различия твердых, жидких и газообразных тел

Все реальные тела под действием приложенных к ним сил изменяют форму или объем — деформируются. В большей части курса механики мы изучали лишь такие случаи движения, когда не только деформациями, но и размерами тела можно было пренебречь. В статике мы учитывали размеры тел, но деформациями пренебрегали, т. е. считали тела абсолютно твердыми.

Однако в огромном числе практически важных случаев пренебрегать деформациями при исследовании движения тел нельзя. Особенно значительные деформации наблюдаются при течении жидкостей и газов. Но и деформации твердых тел — частей машин и механизмов — нельзя не учитывать, так как от величины деформаций зависят силы, возникающие при работе машин.

Механика деформируемых тел — самый сложный раздел классической механики. Мы коснемся только наиболее простых вопросов.

Твердые тела. Главное отличие твердых тел от жидкостей и газов состоит в том, что они сохраняют свою форму. Карандаш, стул, стол, кузов автомобиля, линейка практически не меняют своей формы, если только действующие на них силы не слишком велики. Конечно, любая сила вызывает деформацию тела, но у твердых тел эти деформации обычно столь малы, что не заметны на глаз. Дело в том, что уже при малых деформациях внутри твердых тел появляются значительные силы упругости. Эти силы препятствуют изменению формы тела. Даже если заметно изогнуть стальную линейку, то она вновь восстановит свою форму после прекращения действия сил. **Деформации, исчезающие в теле после прекращения действия внешних сил, называются упругими.** Упругой будет деформация обычной резинки. Сжимая, изгибая или закручивая резинку, мы изменяем ее форму и объем. Убрав деформирующие силы, мы увидим, что резинка возвращается к начальному состоянию.

Если изогнуть свинцовую пластинку, то она так и останется изогнутой. Пластилин и мокрая глина после сравнительно небольшой деформации тоже не восстанавливают своей формы. **Деформации, остающиеся в теле после снятия нагрузок, называются пластическими или остаточными.** При очень больших деформациях стальная линейка не примет прежней формы. А при очень малых деформациях даже пластилин восстанавливает форму.

Жидкости. Жидкости, как и газы, в обычных условиях не сохраняют своей формы. Они принимают форму сосуда, в котором находятся. Жидкость текуча, ее легко перелить из одного сосуда в другой. Это происходит из-за того, что в жидкости не возникают силы упругости при смещении ее слоев друг относительно друга. При скольжении слоев жидкости появляются силы, зависящие от относительной скорости, но не от величины деформации.

При сжатии жидкости, как и при сжатии твердого тела, возникают силы упругости. Причем уже при незначительной деформации силы становятся очень большими. Жидкости слабо сжимаемы. В этом нетрудно убедиться, если попробовать сжать воду внутри обыкновенного велосипедного насоса. Именно малая сжимаемость жидкости приводит к разрыву наполненного водой пластмассового сосуда при выстреле по нему из винтовки. Малая сжимаемость жидкостей используется в гидравлических домкратах и разного рода гидравлических приводах.

Газы. Механические свойства газов гораздо ближе к свойствам жидкостей, чем твердых тел. Как и жидкости, они не сохраняют формы. Но сжать газ, например воздух, в насосе сравнительно легко. Сжимая воздух, вы чувствуете, как газ оказывает все большее и большее сопротивление по мере уменьшения объема. Ощущение такое, как будто бы под поршнем находится сжатая пружина.

Большая сжимаемость газов позволяет использовать их в качестве амортизаторов, например, в автомобильных или велосипедных шинах. Когда колесо наезжает на бугорок, то воздух в шине сжимается и толчок, получаемый осью колеса, значительно смягчается.

Еще одно существенное различие газов и жидкостей в том, что газы не сохраняют не только формы, но и объема. Каким бы ни был объем сосуда, газ занимает его целиком. Без воздействия внешних сил он расширялся бы неограниченно. Так, лишь сила тяготения удерживает атмосферу вблизи поверхности Земли.

§ 91. Ламинарное и турбулентное течение жидкостей и газов

В VI классе вы познакомились с механическими свойствами неподвижных жидкостей и газов. Явления при движении жидкостей и газов намного сложнее и разнообразнее.

Раздел механики, изучающий движения жидкостей и газов, а также взаимодействие движущихся жидкостей и газов с твердыми телами, называется *гидро- и аэродинамикой.*

Исследуем ли мы движение воды в реке или по трубам водопровода, движение огромных масс атмосферного воздуха, движение самолета, пули, автомобиля, лопасти вентилятора, парашюта, полет птиц и насекомых, кленового семечка, — везде, во всем этом многообразии явлений мы встречаемся с законами гидро- и аэродинамики. Стремительное развитие авиации и ракетной техники, водного транспорта и воздуходувной техники во многом связано с достижениями гидро- и аэродинамики.

Движение жидкостей и газов удобно изучать, если сделать эти движения видимыми. Движение воды легко сделать видимым, впуская в поток струйки подкрашенной жидкости. Движение воздуха можно сделать видимым с помощью струек дыма[1].

Возьмем сосуд, в боковое отверстие которого вставлена стеклянная трубка A с краном K_1 (рис. 167, *а*), и заполним его водой. В воронку B с краном K_2 нальем подкрашенную воду и расположим трубку C так, чтобы ее конец приходился против оси трубки A. Если открыть кран K_1 так, чтобы вода вытекала из трубки A с небольшой скоростью, а затем немного приоткрыть кран K_2, то подкрашенная струйка в виде почти прямой линии будет идти по оси трубки A (рис. 167, б). Увеличивая при помощи крана K_1 скорость течения воды в трубке A, мы замечаем, что при некоторой скорости начинается завихренное движение и подкрашенная струйка размывается в широкую ленту с неровными краями (рис. 167, *в*).

Упорядоченное движение жидкости, при котором отдельные слои жидкости скользят друг относительно друга, называется *ламинарным (слоистым) течением.* Движение жидкости, сопровождающееся перемешиванием ее различных слоев вследствие образующихся завихрений, называется *турбулентным (вихревым).*

[1] В дальнейшем, ради краткости, мы будем называть жидкость и газ единым термином «жидкость».

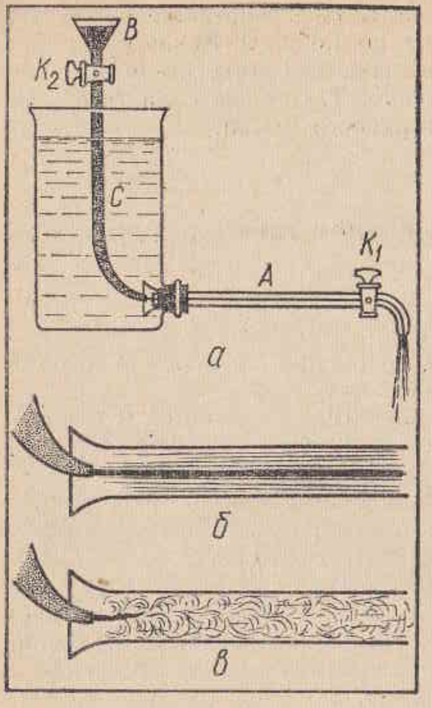


Рис. 167.

Все многообразие движений жидкостей можно разделить на эти два вида движений. Ламинарным является течение воды в спокойных реках. Однако наиболее распространенными движениями жидкостей и газов в природе и технике являются турбулентные движения. Именно с ними чаще всего приходится иметь дело в атмосфере, в потоках быстрых рек и океанских течениях, во всевозможных газовых и гидравлических машинах, трубопроводах. Примерами турбулентного движения могут служить беспорядочное движение дыма, вытекающего из фабричных труб, завихрения воды в реках за устоями мостов или за кормой быстроходного катера, движение газов, выбрасываемых из выхлопных труб двигателей внутреннего сгорания, и т. д.

Турбулентное движение очень сложно. До сих пор нет полной теории этого движения, хотя проблемы турбулентности изучаются уже более ста лет.

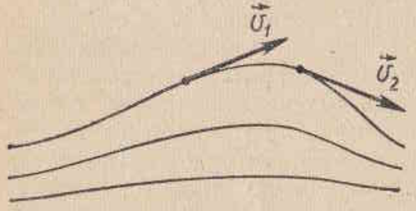


Рис. 168.

§ 92. Стационарное течение жидкостей и газов

В общем случае в разных точках пространства, занятого движущейся ламинарно жидкостью, скорости различны по модулю и направлению. Если скорость жидкости в каждой точке пространства со временем не меняется, то течение жидкости называется *установившимся* или *стационарным*. При стационарном течении жидкости

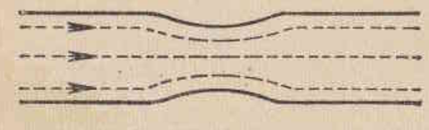


Рис. 169.

ее частицы могут двигаться с переменной скоростью. Однако в данной точке пространства скорости всех последовательно проходящих через нее частиц жидкости будут одинаковыми. Если в какой-нибудь точке пространства скорость, положим, была равна 40 *см/сек*, то и через секунду, и через минуту, и через несколько часов она по-прежнему будет равна 40 *см/сек*. В другой точке пространства скорость может быть другой, равной, например, 10 *см/сек*, но она также все время не изменяется и в любой момент времени остается равной 10 *см/сек*.

В целях наглядности движение жидкости можно изобразить с помощью линий, которые называются *линиями тока*. Эти линии проводят так, чтобы касательная к ним в каждой точке совпадала по направлению с вектором скорости (рис. 168). При стационарном течении жидкости линии тока не изменяются со временем, поскольку не изменяется со временем направление скорости в каждой точке пространства, занимаемого жидкостью. В этом случае частицы жидкости все время движутся вдоль линий тока. При стационарном течении жидкости линии тока совпадают с траекториями частиц. Картину линий тока удобно наблюдать экспериментально, добавляя к текущей жидкости порошок, состоящий из твердых крупинок (например, порошок алюминиевой бронзы). При фотографировании с небольшой выдержкой крупинка порошка дает на фотопленке черточку (рис. 169), длина которой пропорциональна модулю скорости крупинки. Опыт показывает, что наибольшая скорость наблюдается в местах, где поперечное сечение потока наименьшее. Густота линий тока в этих местах наибольшая. Следовательно, по картине линий тока можно судить как о модуле, так и о направлении скоростей в разных частях потока.

Жидкости малосжимаемы. Поэтому во многих случаях сжатием жидкости можно пренебречь и считать ее несжимаемой. Пусть такая жидкость течет по трубке с жесткими стенками, сечение которой меняется. Тогда между площадями двух любых сечений и скоростями жидкости в этих сечениях существует определенная связь. Выясним, в чем она состоит.

Для этого выберем два произвольных сечения S_1 и S_2 (рис. 170). Обозначим объемы жидкости, протекающей через первое и второе сечения за время Δt, через ΔV_1 и ΔV_2. Поскольку жидкость несжимаемая, то эти объемы должны быть одинаковыми:

$$\Delta V_1 = \Delta V_2. \qquad (10.1)$$

Из рисунка 170 следует, что

$$\Delta V_1 = Sl_1 = S_1 v_1 \cdot \Delta t$$

и

$$\Delta V_2 = S_2 l_2 = S_2 v_2 \cdot \Delta t.$$

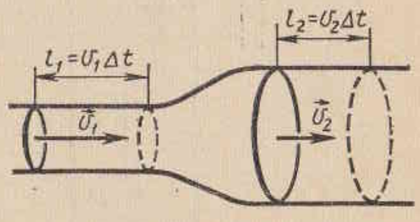


Рис. 170.

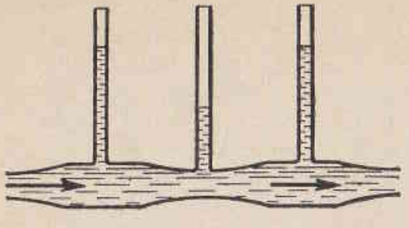


Рис. 171.

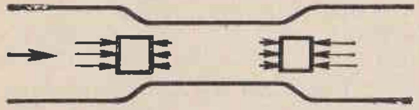


Рис. 172.

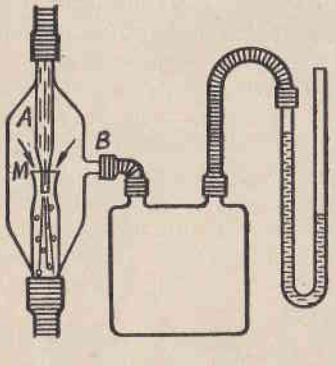


Рис. 173.

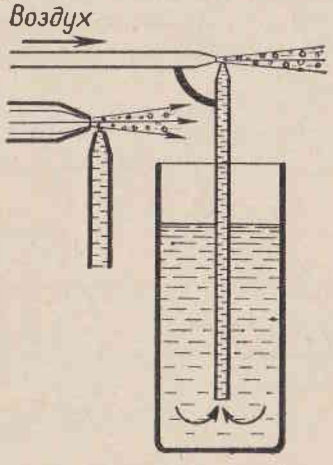


Рис. 174.

Поэтому равенство (10.1) запишется так:

$$S_1v_1 \cdot \Delta t = S_2v_2 \cdot \Delta t.$$

Разделив обе части этого равенства на Δt, получим:

$$S_1v_1 = S_2v_2, \qquad (10.2)$$

или

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}. \qquad (10.3)$$

Результат можно сформулировать так: **скорости жидкости в двух любых сечениях трубки обратно пропорциональны площадям сечений.**

Таким образом, форма трубки влияет на скорость течения жидкости: скорость возрастает там, где трубка сужается, и, наоборот, уменьшается там, где она расширяется.

§ 93. Давление в движущихся жидкостях и газах. Закон Бернулли

При изучении гидростатики в VI классе мы выяснили, как распределяется давление в неподвижных жидкостях и газах. Теперь рассмотрим, как распределяется давление в движущейся жидкости. Возьмем трубку переменного сечения с небольшими отверстиями в стенке, в которые вставлены стеклянные, открытые сверху измерительные трубочки (рис. 171). Если течение жидкости в горизонтальной трубке стационарно, то в каждой измерительной трубочке она поднимется до определенной высоты. О давлении текущей жидкости на стенки трубки можно судить по высоте столба жидкости в измерительных трубочках. Опыт показывает, что в узких местах трубки давление меньше, чем в широких. Но чем меньше сечение трубки, тем больше в ней скорость течения жидкости. Следовательно, можно сделать вывод:

При стационарном течении жидкости давление меньше в тех местах, где больше скорость течения, и, наоборот, больше в тех местах, в которых скорость течения меньше.

Для несжимаемой жидкости с пренебрежимо малой вязкостью (такую жидкость называют *идеальной*) эта зависимость в математической форме была впервые установлена знаменитым ученым Даниилом Бернулли[1]. Она получила название *закона Бернулли.*

Факт уменьшения давления с увеличением скорости жидкости на первый взгляд кажется парадоксальным. Можно было бы ожидать, что при переходе из широкой части трубки в узкую жидкость должна сжиматься. Поэтому ее давление в широкой части трубки должно быть меньше, чем в узкой. В действительности же, когда жидкость переходит из широкой части трубки в узкую, ее сжатие не увеличивается, а уменьшается. Это можно объяснить с помощью второго закона Ньютона. Выделим маленький цилиндрический элемент жидкости, который движется вдоль оси трубки. При переходе из широкой части трубки в узкую ускорение этого элемента направлено по течению жидкости, а при переходе из узкой части в широкую — против течения. Согласно второму закону Ньютона ускорение может возникнуть только в результате действия силы. Такой силой может быть лишь равнодействующая сил давления окружающей жидкости на поверхность выделенного объема жидкости. Эта равнодействующая сил давления должна быть направлена так же, как и ускорение элемента жидкости. Значит, давление на элемент жидкости при переходе его из широкой части трубки в узкую должно быть больше со стороны широкой части трубы, чем со стороны узкой (рис. 172). При переходе же элемента из узкой части трубки в широкую ускорение направлено против течения. В эту же сторону должна быть направлена равнодействующая сил давления, что опять-таки возможно, если давление на элемент жидкости со стороны широкой части трубки больше, чем со стороны узкой части.

Несмотря на то что закон Бернулли относится к идеальной жидкости, он достаточно хорошо выполняется и для реальных жидкостей, если внутреннее трение в них не очень велико. К турбулентному течению закон Бернулли неприменим.

Зависимость давления в жидкости и газе от величины их скорости лежит в основе принципа действия многих технических устройств и приборов. На рисунке 173 изображена схема устройства водоструйного насоса. Струя воды подается в трубку A, имеющую на одном конце сужение. По этому сужению вода идет с большой скоростью, вследствие чего давление в струе в этом месте ока-

Даниил Бернулли (1700—1782) работал ряд лет в России и состоял действительным членом русской Академии наук.

зывается меньше атмосферного. Такое же давление устанавливается и в охватывающей трубку камере насоса, которая сообщается со струей, вытекающей из трубки A через кольцевую щель M. Сосуд, из которого следует откачать воздух, присоединяется к насосу при помощи трубки B.

На рисунке 174 изображен обычный пульверизатор, состоящий из двух трубок, расположенных перпендикулярно друг другу. Через горизонтальную трубку продувается воздух. В узкой части струи у выхода из трубки давление меньше атмосферного. Поэтому атмосферное давление поднимает жидкость по вертикальной трубке. Вытекающая из нее жидкость распыляется струей воздуха.

Вопросы

1. Какое движение жидкости называется ламинарным и какое — турбулентным?
2. Как можно наблюдать линии тока? Почему движение жидкости удобно изображать линиями тока?
3. Почему скорость течения воды в реке больше в узком месте, чем в широком?
4. Как зависит давление в жидкости от скорости ее течения?

§ 94. Подъемная сила крыла самолета

Современный самолет — это сложнейшая машина, состоящая из нескольких сотен тысяч деталей. Полетный вес самолетов достигает нескольких десятков и даже сотен тонн.

Каким же образом возникает подъемная сила, удерживающая самолет в воздухе? Вы знаете, что атмосферный воздух производит давление на находящиеся в нем тела. Легко сообразить, что со стороны воздуха на крылья и корпус самолета действуют огромные силы давления. Например, площадь нижней поверхности крыла пассажирского самолета ИЛ-14 равна 100 *м*². При атмосферном давлении, равном 1 *кгс/см*², на крыло, а следовательно, и на самолет воздух действует вверх с силой в тысячу тонн. Эта сила почти в 60 раз больше веса самолета вместе с пассажирами (полетный вес самолета ИЛ-14 равен 17 200 *кгс*). Но поскольку на покоящееся крыло воздух производит одинаковое давление со всех сторон (крыло имеет незначительную толщину, и разностью атмосферного давления на его нижнюю и верхнюю поверхности можно пренебречь), то на верхнюю поверхность крыла вниз действует такая же по величине сила, как и на нижнюю. Поэтому никакой подъемной силы не возникает.

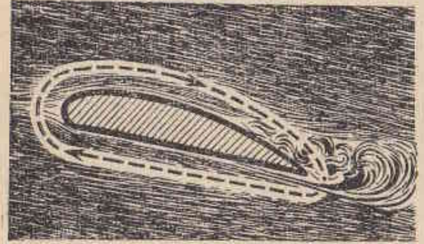


Рис. 175.

Жуковский Николай Егорович (1847—1921) — знаменитый русский ученый, основоположник современной гидро- и аэродинамики. Он создал теорию подъемной силы крыла самолета, разработал вихревую теорию воздушного винта и теорию гидравлического удара.

В. И. Ленин назвал Н. Е. Жуковского «отцом русской авиации».

Н. Е. Жуковский является основоположником экспериментальной аэродинамики. Созданный им в 1918 г. Центральный аэродинамический институт (ЦАГИ) сыграл исключительную роль в развитии современной авиации.

Для возникновения подъемной силы давление воздуха на нижнюю поверхность крыла должно быть больше, чем на верхнюю. Такое перераспределение давления и происходит при обтекании крыла воздушным потоком. Крыло самолета как бы подпирается вверх возникающим под ним избыточным давлением. Рассчитаем избыточное давление для самолета ИЛ-14, необходимое для того, чтобы возникла подъемная сила, равная силе тяжести:

$$\Delta p = \frac{17\,200 \text{ кгс}}{1\,000\,000 \text{ см}^2} = 0{,}017 \text{ кгс/см}^2 = 17 \text{ гс/см}^2.$$

Мы видим, что достаточно создать незначительное избыточное давление воздуха на нижнюю поверхность крыла.

Каким же образом это достигается?

Когда воздушный поток начинает обтекать крыло, из-за действия сил трения у задней кромки крыла образуются завихрения, в которых воздух (по рис. 175) вращается против часовой стрелки, если крыло движется влево. Но согласно законам механики при возникновении вращения против часовой стрелки обязательно должно возникнуть вращение по часовой стрелке[1]. Такое вращательное движение воздуха и возникает вокруг крыла. На плавно обтекающий крыло поток накладывается циркуляция (вращательное движение) воздуха вокруг крыла. В результате скорость воздушного потока над крылом оказывается больше, чем под крылом (над крылом скорость циркуляции и скорость набегающего на крыло потока совпадают по направлению, а под крылом скорость циркуляции направлена противоположно скорости набегающего потока). Но согласно закону Бернулли давление должно быть больше там, где скорость меньше. Следовательно, под крылом давление выше, чем над ним. Из-за этого возникает подъемная сила.

[1] Это следствие закона сохранения момента импульса, не рассматриваемого в школьном курсе физики.

Теория возникновения подъемной силы крыла при обтекании его воздухом была впервые разработана знаменитым русским ученым Н. Е. Жуковским.

§ 95. Краткий итог главы «Движение жидкостей и газов»

Все тела с точки зрения их механических свойств делятся на твердые, жидкие и газообразные. Твердые тела сохраняют объем и форму. В них возникают силы упругости при деформациях. Жидкости сохраняют объем, но не сохраняют формы. У них при сдвиге слоев друг относительно друга силы упругости не появляются. Газы не сохраняют не только формы, но и объема, заполняя любой сосуд целиком.

При движении жидкости (или газа) давление согласно закону Бернулли больше в тех местах, где меньше скорость. Этот закон объясняет многие явления и, в частности, возникновение подъемной силы крыла самолета.

§ 96. Пример решения задачи

Задача. Как приближенно оценить скорость катера, если вода поднимается вдоль носовой вертикальной части на высоту $h = 1$ *м*?

Решение. В системе координат, связанной с катером, сам катер неподвижен, а вода набегает на катер со скоростью, модуль которой равен модулю скорости катера относительно воды. Выделив малый элемент воды массой m, запишем закон сохранения энергии для него, считая, что кинетическая энергия элемента воды превращается в потенциальную энергию при его подъеме вдоль борта (трение не учитываем):

$$\frac{mv^2}{2} = mgh.$$

Отсюда $v = \sqrt{2gh} \approx 4{,}5$ *м/сек.*

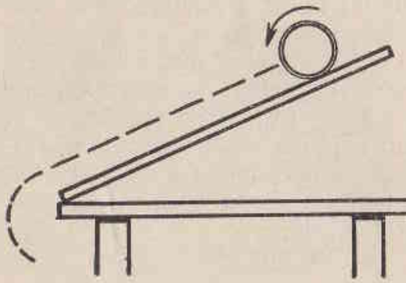


Рис. 176.

Упражнение 11

1. Сделайте цилиндр из листа чертежной бумаги. Положите его на наклонную доску так, чтобы он скатывался с нее. Объясните, почему цилиндр, скатываясь, попадает под стол (рис. 176).

2. В сосуд налита вода. На глубине h в сосуде имеется отверстие. Считая жидкость идеальной, определите скорость истечения ее из отверстия.

МЕХАНИКА — СОВРЕМЕННАЯ РАЗВИВАЮЩАЯСЯ НАУКА

Итак, мы познакомились с классической механикой Ньютона. Законы Ньютона, лежащие в ее основе, изучены нами довольно подробно. Но из бесчисленных применений этих законов были рассмотрены лишь наиболее простые. В дальнейшем, в X классе, вы познакомитесь с более сложными механическими процессами — с механическими колебаниями. Еще более сложные задачи механики, такие, как движение твердого тела в случаях, когда необходимо учитывать его размеры и форму (например, при вращательном движении), выходят за рамки школьного курса физики. Точно так же в школе не рассматриваются сложные задачи по расчету движений, при которых играют существенную роль деформации тел (в частности, движение жидкостей и газов).

Такие сложные задачи решаются современной механикой, как правило, лишь приближенно. При этом широко используются электронные вычислительные машины. Именно с помощью вычислительных машин рассчитывается движение космических кораблей под действием сил тяготения со стороны Земли, Солнца, Луны и других планет.

При старте ракет и при вхождении космических кораблей в плотные слои атмосферы, кроме сил тяготения, очень существенное влияние на полет оказывают силы сопротивления воздуха. При больших скоростях движения стенки космического корабля и прилегающие слои воздуха сильно разогреваются и необходимо учитывать влияние тепловых процессов, сопутствующих механическому движению. Весьма сложные расчеты приходится выполнять при исследовании работы реактивных двигателей, газовых турбин и т. д.

В настоящее время далеко не все задачи механики, представляющие интерес, уже решены.

Некоторые задачи, которые на первый взгляд кажутся простыми, также трудно поддаются решению. Так, в частности, пока не удается рассчитать, какое давление необходимо, чтобы сквозь длинную трубу прогнать данную массу воды в определенное время. Ученые хорошо умеют рассчитывать медленное течение жидкостей, когда в них не возникает завихрений. Но турбулентное движение до сих пор полному расчету не поддается.

Механика Ньютона теснейшим образом связана со всеми другими разделами физики. При построении молекулярно-кинетической теории тепловых процессов, о чем пойдет речь в IX классе, мы будем опираться на законы классической механики, применимые с некоторыми ограничениями для исследования движения отдельных молекул и атомов. Понадобятся законы механики и при изучении электричества и магнетизма.

Даже при знакомстве с движением электронов и других элементарных частиц мы будем опираться на классическую механику. Хотя в общем случае движение элементарных частиц подчиняется законам новой, квантовой механики, такие понятия, как импульс, энергия и др., введенные в механике Ньютона, используются и в квантовой механике.

Несмотря на то что классическая механика составляет сравнительно небольшую часть всего здания современной физики, она была и остается тем прочным фундаментом, без которого построение этого здания было бы невозможным.

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

1. Определение соотношения путей при равноускоренном движении на желобе Галилея

Оборудование: желоб, метроном, лента измерительная, штатив с муфтой и лапкой, шарик, цилиндр металлический.

Указания к работе

1. Установите желоб таким образом, чтобы его наклон составлял не более 2,5 *см* на 100 *см* длины (рис. 177).
2. Настройте метроном так, чтобы он совершал, например, 120 колебаний в минуту.
3. Отметьте на желобе точку, от которой будут отсчитываться пути, проходимые шариком, и установите в этой точке шарик, поддерживая его карандашом.
4. Приучитесь к ритмичному счету. Для этого несколько раз подряд скажите: «Нуль, раз, два, три», прислушиваясь к ударам метронома.
5. После некоторой тренировки по удару метронома со счетом «нуль» пустите шарик, быстро убрав карандаш. Повторяя это несколько раз, отрегулируйте положение металлического цилиндра так, чтобы шарик ударялся о него при счете «раз».

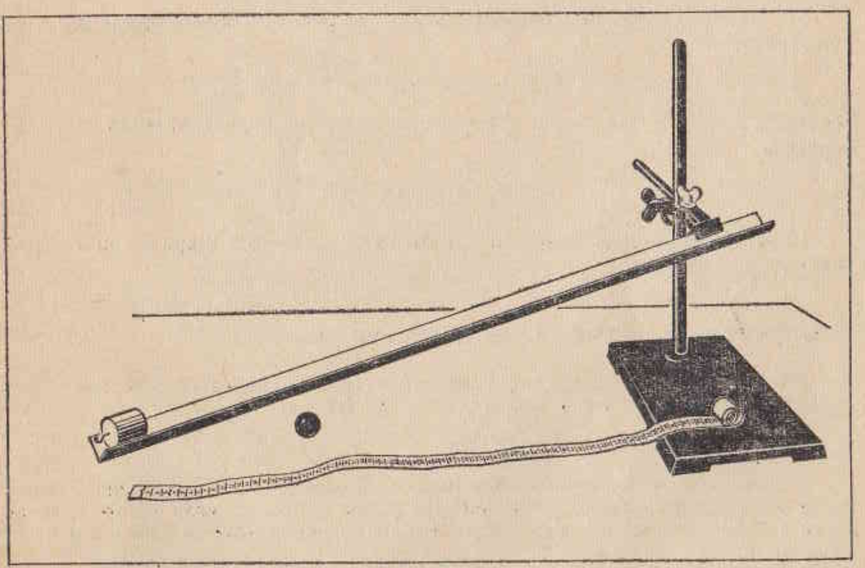


Рис. 177.

6. Измерьте путь, пройденный шариком за первый промежуток времени. Проделайте три таких измерения и найдите среднее значение пути s_1.

7. Опять повторяя ритмично счет: «нуль, раз, два, три», пустите шарик со счетом «нуль» и задержите его на счете «два». Измерьте пройденный путь за два равных промежутка времени. Опыт повторите три раза и найдите среднее значение пути s_2.

8. Аналогично найдите путь, пройденный шариком за три равных промежутка времени.

9. Все данные занести в таблицу 1.

Таблица 1

№ опытов	s_1	s_2	s_3
1 2 3			
Средние значения:			

10. Найдя отношения путей $s_3 : s_1$ и $s_2 : s_1$, убедитесь в справедливости закономерности

$$s_1 : s_2 : s_3 = 1 : 4 : 9 = 1^2 : 2^2 : 3^2.$$

11. Найдите пути, проходимые шариком за равные последовательные промежутки времени:

$$s_1' = s_1; \quad s_2' = s_2 - s_1; \quad s_3' = s_3 - s_2.$$

Составьте отношения $s_2' : s_1'$ и $s_3' : s_1'$ и убедитесь в справедливости закономерности

$$s_1' : s_2' : s_3' = 1 : 3 : 5.$$

12. Найдите модуль ускорения, с которым движется шарик при данном наклоне желоба.

2. Определение коэффициента трения скольжения

Оборудование: трибометр лабораторный, набор грузов, штатив с муфтой и лапкой, лента измерительная, угольник.

Указание к работе

1. Докажите, что при равномерном соскальзывании тела с наклонной плоскости коэффициент трения скольжения равен тангенсу угла наклона плоскости к горизонтальной поверхности, т. е. отношению высоты плоскости к ее основанию.

2. Положите брусок с грузами на линейку и приподнимайте один из ее концов до тех пор, пока при небольших постукиваниях по линейке брусок

не начнет более или менее равномерно скользить вниз (рис. 178). Закрепите в этом положении линейку с помощью лапки штатива. Убедитесь, что брусок скользит вниз равномерно.

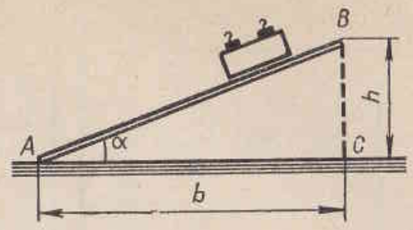


Рис. 178.

3. Измерьте лентой длину основания $|AC| = b$ наклонной плоскости и запишите результат с абсолютной погрешностью, учитывая, что инструментальная погрешность принимается равной половине цены деления шкалы; такой же считается и погрешность отсчета. В данном случае шкала сантиметровая, значит, абсолютная погрешность измерения $\Delta b = \pm 1$ *см*. Результат измерения занесите в таблицу 2.

Таблица 2

$h \pm \Delta h$	$b \pm \Delta b$	$\mu = \frac{h}{b}$	$\delta\mu$	$\Delta\mu$

4. Измерьте высоту плоскости угольником. Результат измерения занесите в таблицу. При этом измерении абсолютная погрешность $\Delta h = \pm 0{,}1$ *см*.

5. Найдите коэффициент трения:

$$\mu = \frac{F_{тр}}{N} = \frac{h}{b}.$$

6. Найдите относительную погрешность для коэффициента трения:

$$\delta\mu = \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta b}{b}.$$

7. Найдите абсолютную погрешность:

$$\Delta\mu = \delta\mu \cdot \mu.$$

8. Предложите другой способ определения коэффициента трения, проделайте измерения и сравните результат с ранее полученным.

3. Изучение движения тела, брошенного горизонтально

Оборудование: лоток для пуска шарика, линейка измерительная, шарик, вазелин, штатив с муфтой и лапкой, бумага, кнопки, фильтровальная бумага, угольник, доска фанерная или плотный картон.

Указания к работе

1. Прикрепите лист бумаги кнопками к фанерной доске и проведите оси OX и OY карандашом (рис. 179).

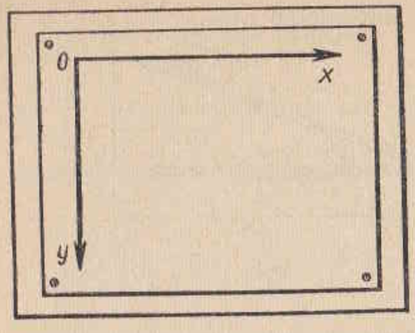


Рис. 179.

2. Установите фанерную доску при помощи штатива в наклонном положении по отношению к столу (рис. 180). Проверьте, чтобы загнутый выступ лотка был направлен горизонтально и конец его совпадал с началом координат.

3. Пуская шарик с некоторой высоты лотка, добейтесь, чтобы шарик, катясь по доске, проходил через нижний край листа бумаги. Отметьте мелом на лотке эту точку пуска шарика. Позаботьтесь о том, чтобы шарик не падал на пол.

4. Смажьте шарик вазелином и пустите вновь из отмеченной точки желоба. После этого протрите шарик фильтровальной бумагой.

5. Снимите доску со штатива. Отметьте карандашом траекторию.

6. Разделите ось OX на равные отрезки (например, по 5 *см*). Опустите из полученных точек перпендикуляры до пересечения с траекторией и измерьте их с точностью до 1 *см*.

7. Убедитесь, что для координат точек траектории выполняется соотношение $y \sim x^2$. Для этого сравните отношения $\frac{y_2}{y_1}$ и $\frac{x_2}{x_1}$; $\frac{y_3}{y_1}$ и $\frac{x_3}{x_1}$.

8. Проделайте несколько опытов, изменяя углы наклона доски и беря каждый раз чистые листы бумаги.

4. Выяснение условия равновесия рычага

Оборудование: рычаг-линейка, набор грузов, штатив с муфтой, измерительная линейка.

Указания к работе

1. Сдвинув сережки на середину рычага, уравновесьте рычаг гайками, расположенными на его концах.

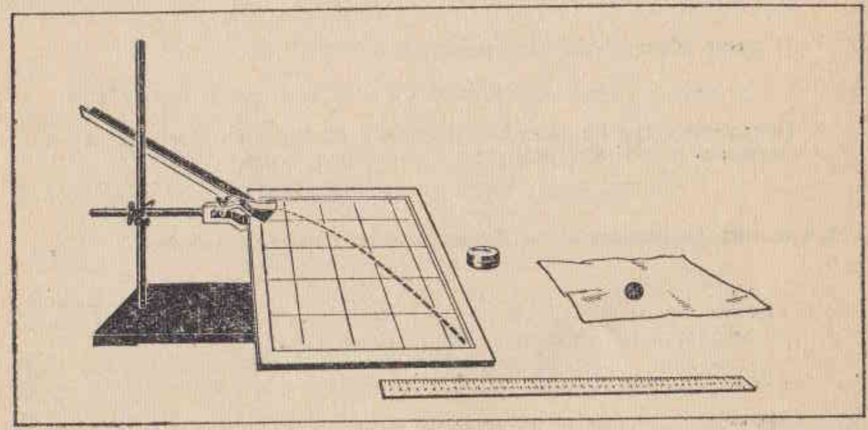


Рис. 180.

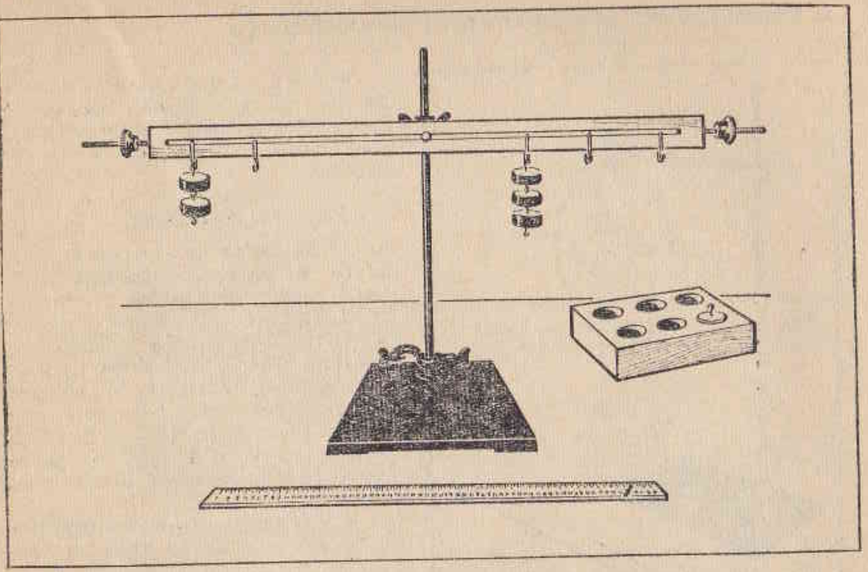


Рис. 181.

2. Подвешивая различное число грузов слева и справа от оси вращения рычага, добейтесь равновесия (рис. 181).

3. Измерьте силы и соответствующие им плечи и результаты запишите в таблицу 3.

Таблица 3

Для положительных моментов				Для отрицательных моментов			
Силы	Плечи сил	Моменты сил	Сумма моментов сил	Силы	Плечи сил	Моменты сил	Сумма моментов сил

4. Найдите моменты сил, сумму положительных и сумму отрицательных моментов. Убедитесь, что эти суммы равны между собой по абсолютному значению.

5. Опыты проделайте несколько раз с различным числом грузов, занося результаты в новые таблицы.

6. Определите с помощью рычага вес предложенного вам груза.

5. Определение центра тяжести плоских фигур

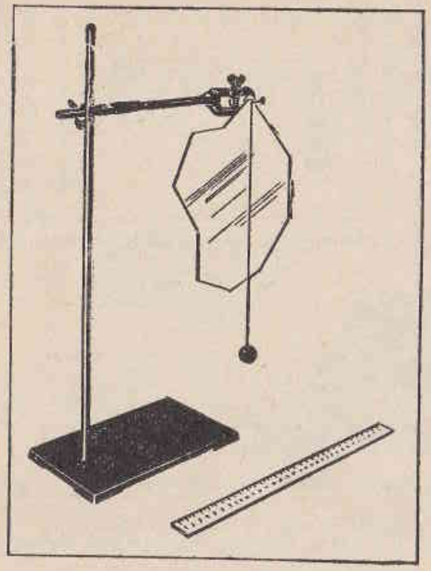


Рис. 182.

Оборудование: плоская фигура произвольной формы из пластика (картона, фанеры), гвоздь, отвес, штатив с муфтой и лапкой, линейка.

Указания к работе

1. За любое из отверстий, имеющихся в фигуре, подвесьте ее на гвоздь, зажатый в лапке штатива.
2. Наденьте на гвоздь нить отвеса. Остро отточенным карандашом отметьте точкой положение нити отвеса. Сняв пластинку, проведите прямую через точку подвеса и отмеченную точку (рис. 182).
3. Подвесьте фигуру за другое отверстие и проделайте аналогичные операции.
4. Убедитесь, что точка пересечения линий есть центр тяжести фигуры.
5. Сотрите резинкой линии от карандаша и проделайте опыты еще несколько раз, используя другие отверстия в фигуре.

ОТВЕТЫ К УПРАЖНЕНИЯМ

Упражнение 1

1. $v = 4$ *м/сек*; скорость направлена противоположно положительному направлению оси координат. 3. Через 1 *ч*, если едут навстречу друг другу; через 3 *ч*, если первый едет за вторым; не встретятся, если второй едет за первым. 4. ≈ 4 *м/сек* под углом 60° к берегу.

Упражнение 2

2. 2 *см*, 6 *см*, 10 *см*, 14 *см*. 3. $v_0 = 35$ *см/сек*; $a = 82$ *см/сек*^{2}. 4. 30 *сек*.

Упражнение 3

1. 19,6 *м*; 19,6 *м/сек*. 2. 24 *м*. 3. Графики приведены на рисунке 183, *а*, *б*. 4. 1 *сек*; 7,4 *м/сек*. 5. 150 *м*. 6. 1,2 *м*. 7. 1 *сек* и 2 *сек*. 8. 50 *м/сек*; 80 *м*, 120 *м*. 9. 6 *сек*; 180 *м*.

Упражнение 4

1. 6000 *об/мин*. 2. $v \approx 0{,}6$ *см/сек*.

Упражнение 5

1. Ускорение направлено в сторону действия силы; о направлении скорости сказать ничего нельзя. 2. Ускоренное, в момент прекращения действия силы. 3. 1,3 *м/сек*^{2}. 4. 48 000 *н*. 5. 0,4 *м/сек*^{2}; 2,45 *н*; 0,8 *м*.

Упражнение 6

1. В первоначальный момент; в наинизшей точке. 2. 40 раз. 3. 22 000 *н*. 4. 5,8 *н*, вниз; 26,2 *н*, вверх. 5. 31 *м/сек*; 140 *н*. 6. 0,98 *н*; 2,2 *м/сек*. 7. 31,4 *н*; 31,8 *н*.

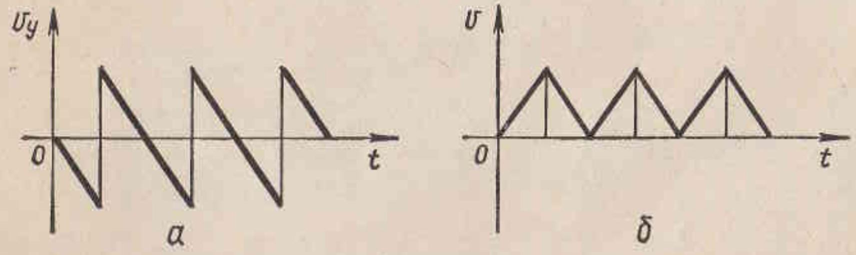


Рис. 183.

Упражнение 7

1. Уменьшается от 2 mg до mg. 2. 1,65 *м/сек*^{2}, т. е. примерно в 6 раз меньше, чем на Земле. 3. В 6 раз, если не учитывать помехи от скафандра. 5. 4*м/сек*^{2}. 6. 7,8 *м/сек*^{2}; 2 *сек*. 7. 13 000 *н*. 8. $2 \cdot 10^{20}$ *н*. 9. 60 *н*. 10. 200 *н*; 252 *н*. 11. $2mga/(g+a)$.

Упражнение 8

1. Равен нулю. 2. 60 000 *кг·м/сек* и направлено по скорости. 3. 0,6 *м/сек*. 4. $^1/_6$ *м/сек*. 5. $^5/_6$ *м/сек* под углом 36° по отношению к берегу. 7. Будет увеличиваться. 8. 15 *н*. 9. 8 *см/сек*. 10. 10 *м/сек*. 11. $\frac{1}{51}$ *м*, т. е. 3,2% начальной своей массы.

Упражнение 9

1. Потенциальная энергия молекул продуктов сгорания равна потенциальной энергии керосина до сгорания. 2. 15 *дж*. 3. 17 400 *дж*. 4. 500 *дж*. 5. 1 *м/сек*. 6. 18 *дж*. 7. 200 *квт*. 8. Брусок. 9. 1,2 *м*. 10. 6 mg.

Упражнение 10

2. Ниже у веревки. 3. 8,7 *н·м*. 4. 70 *н*. 5. 100 *н*; 200 *н*. 6. 110 *н*; 110 *н* и 60°. 7. $l_1 = \frac{\mu l}{\mu + 1}$. 8. 0,29 R. 9. 1 *м*. 11. Если $\mu < 0,5$, то соскальзывание; если $\mu > 0,5$, то опрокидывание.

Упражнение 11

2. $v = \sqrt{2gh}$.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ДИНАМИКА

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

УЧЕНИЕ О РАВНОВЕСИИ

МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ